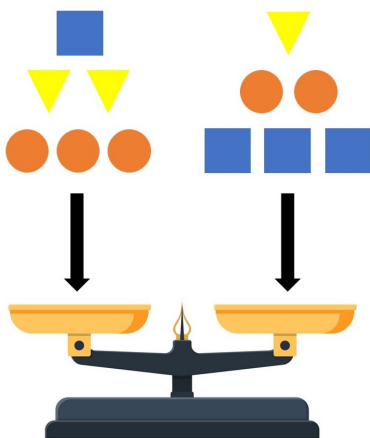


Решения

4 класс

Задача 4.1. Круглые гири весят 200 граммов, квадратные — 300 граммов, а треугольные — 150 граммов. 12 гирь положили на чашечные весы, как показано на рисунке. Какая чаша тяжелее и на сколько граммов?



Ответ: правая тяжелее на 250 граммов.

Решение. Вес левой чаши в граммах равен

$$1 \cdot 300 + 2 \cdot 150 + 3 \cdot 200 = 1200.$$

Вес правой чаши в граммах равен

$$1 \cdot 150 + 2 \cdot 200 + 3 \cdot 300 = 1450.$$

Таким образом, правая чаша весов тяжелее левой на 250 граммов.

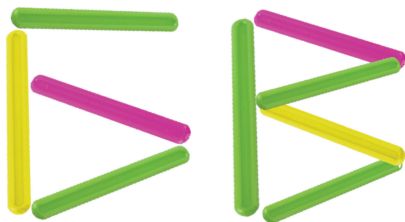
Задача 4.2. В 4«А» классе у каждого ребёнка есть не менее 11 одноклассников и не менее 13 одноклассниц. Какое наименьшее количество детей может учиться в этом классе?

Ответ: 26.

Решение. Нетрудно проверить, что класс, состоящий из 12 мальчиков и 14 девочек, удовлетворяет условию задачи. Теперь докажем, что меньше быть не может.

Ясно, что в классе есть и мальчики, и девочки. У каждого мальчика в классе не менее 11 одноклассников, поэтому всего мальчиков хотя бы 12. У каждой девочки в классе не менее 13 одноклассниц, поэтому всего девочек хотя бы 14. Таким образом, в классе учиться хотя бы $12 + 14 = 26$ детей.

Задача 4.3. У Саши было 47 палочек. Используя их все, он сложил несколько букв «Б» и «В», изображённых на рисунке. Какое наибольшее количество букв «Б» могло получиться у Саши?



Ответ: 8.

Решение. Чтобы сложить букву «Б», нужно 4 палочки, а чтобы сложить букву «В», нужно 5 палочек.

- Хотя бы 12 букв «Б» Саша сложить не мог, так как для этого понадобилось бы не менее 48 палочек.
- Если бы Саша сложил 11 букв «Б», то у него осталось бы $47 - 11 \cdot 4 = 3$ палочки. А этого бы не хватило даже на одну букву «В».
- Если бы Саша сложил 10 букв «Б», то у него осталось бы $47 - 10 \cdot 4 = 7$ палочек. Можно было бы выложить одну букву «В», но остались бы лишние палочки.
- Если бы Саша сложил 9 букв «Б», то у него осталось бы $47 - 9 \cdot 4 = 11$ палочек. Можно было бы выложить две буквы «В», но осталась бы лишняя палочка.
- Если бы Саша сложил 8 букв «Б», то у него осталось бы $47 - 8 \cdot 4 = 15$ палочек. Этого как раз хватает на 3 буквы «В». \square

Задача 4.4. Коты Леопольд, Гарфилд, Василий, Матильда и Том съели на кухне две котлеты, две сосиски и одну рыбу. Каждый из них съел что-то одно. Известно, что:

- Леопольд, Гарфилд и Том съели 3 разных блюда;
- Василий не ел котлету, а Леопольд не ел сосиску;
- Гарфилд и Матильда съели одно и то же.

Кому что досталось?

Ответ: Гарфилду и Матильде — котлеты, Василию и Тому — сосиски, Леопольду — рыба.

Решение. Гарфилд и Матильда съели одно и то же, значит, они съели либо по сосиске, либо по котлете.

Случай 1. Гарфилд и Матильда съели по сосиске.

По условию Василий не ел котлету, также он не ел сосиску (так как все сосиски съели Гарфилд и Матильда). Значит, Василий съел единственную рыбу.

Леопольду и Тому остаются котлеты, но это противоречит условию о том, что Леопольд, Гарфилд и Том съели 3 разных блюда.

Случай 2. Гарфилд и Матильда съели по котлете.

По условию Леопольд не ел сосиску, также он не ел котлету (так как все котлеты съели Гарфилд и Матильда). Значит, Леопольд съел единственную рыбу.

Василию и Тому остаются сосиски. Все условия задачи при этом выполняются. \square

Задача 4.5. У мамы с папой есть двое детей: Коля и Таня. Папа старше мамы на 4 года. Коля тоже старше Тани на 4 года и вдвое младше папы. Сколько лет каждому из них, если суммарный возраст всех членов семьи составляет 130 лет?

Ответ: Тане 19 лет, Коле 23 года, маме 42 года, папе 46 лет.

Решение. Мысленно увеличим возраст мамы и Тани на 4 года. Тогда возраст у двух членов семьи будет равен возрасту папы, ещё у двух — половине возраста папы. Тогда суммарный возраст всех членов семьи равен $130 + 4 + 4 = 138$ лет, и он должен быть равен утроенному возрасту папы. Следовательно, папе должно быть $138 : 3 = 46$ лет. Отсюда легко понять, что маме $46 - 4 = 42$ года, Коле $46 : 2 = 23$ года, а Тане $23 - 4 = 19$ лет. \square

Задача 4.6. Женя взял доску 3×3 и на каждую клетку поставил столбик из синих и красных кубиков. Потом он зарисовал схему получившейся расстановки: подписал количество кубиков обоих цветов в каждом столбике (порядок кубиков неизвестен).

Какое наибольшее количество синих кубиков может увидеть Женя, если посмотрит на конструкцию спереди? (Например, если перед столбиком из 8 кубиков стоит столбик из 5, то будет видно все 5 кубиков ближнего столбика и только 3 верхних кубика дальнего столбика.)

■ × 2	■ × 4	■ × 5
■ × 5	■ × 0	■ × 1
■ × 0	■ × 1	■ × 3
■ × 2	■ × 4	■ × 3
■ × 2	■ × 2	■ × 2
■ × 3	■ × 2	■ × 1

↑
Спереди

Ответ: 12.

Решение. Поймём, какое наибольшее количество синих кубиков Женя может увидеть в каждом из трёх рядов: левом, среднем и правом.

Левый ряд. Первый столбик состоит из 5 кубиков (2 красных и 3 синих), поэтому он полностью загораживает второй столбик, а также 5 из 7 кубиков последнего столбика.

Таким образом, Женя видит все кубики первого столбика (среди них 3 синих), а также 2 кубика из последнего столбика (они оба могут быть синими). То есть в этом ряду он увидит максимум $3 + 2 = 5$ синих кубиков.

Средний ряд. Первый столбик состоит из 4 кубиков (2 красных и 2 синих), поэтому он полностью загораживает последний столбик, а также 4 из 5 кубиков второго столбика.

Таким образом, Женя видит все кубики первого столбика (среди них 2 синих), а также 1 кубик из второго столбика (он может быть синим). То есть в этом ряду он увидит максимум $2 + 1 = 3$ синих кубика.

Правый ряд. Первый столбик состоит из 3 кубиков (2 красных и 1 синий), поэтому он загораживает 3 из 6 кубиков второго столбика. При этом второй столбик полностью загораживает последний столбик.

Таким образом, Женя видит все кубики первого столбика (среди них 1 синий), а также 3 кубика из второго столбика (все три могут быть синими). То есть в этом ряду он увидит максимум $1 + 3 = 4$ синих кубика.

Суммарно Женя увидит максимум $5 + 3 + 4 = 12$ синих кубиков. □

Задача 4.7. На столе лежит 4 стопки монет. В первой стопке 9 монет, во второй — 7, в третьей — 5, в четвёртой — 10. За один ход разрешается добавить по одной монете к трём разным стопкам. За какое наименьшее количество ходов можно добиться того, чтобы во всех стопках стало поровну монет?

Ответ: 11.

Решение. Предположим, было сделано N ходов, после которых во всех стопках стало поровну монет.

Немного изменим правила. Пусть первоначально в стопках лежало не 9, 7, 5 и 10 монет, а $N + 9$, $N + 7$, $N + 5$ и $N + 10$ соответственно; а ходы выполним следующим образом: вместо добавления по одной монете в три стопки, будем забирать одну монету из стопки (той, в которую во время оригинального хода мы не добавляли монету). Заметим, что итоговый результат от этого не изменится! (Фактически, вместо добавления монет в три стопки мы добавляем их во все четыре, а потом одну забираем.)

В рамках новых правил ответить на вопрос гораздо проще. За один ход мы забираем одну монету из любой стопки, и наша цель — как можно быстрее сделать так, чтобы монет во всех стопках стало поровну. Легко понять, что для этого надо везде оставлять по $N + 5$ монет. Для этого из первой стопки нужно забрать 4 монеты, из второй — 2, из третьей — 0, из четвёртой — 5. Итого надо совершить $4 + 2 + 0 + 5 = 11$ ходов. \square

Задача 4.8. У Васи есть шесть одинаковых игральных кубиков, на гранях каждого из которых записаны числа от 1 до 6 (каждое — по одному разу). Вася бросал все шесть кубиков шесть раз подряд. Ни на одном из кубиков не выпадало дважды одно и то же число.

Известно, что при первом броске сумма чисел на верхних гранях равнялась 21, а при следующих четырёх бросках — 19, 20, 18 и 25. Какая сумма получилась при шестом броске?

Ответ: 23.

Решение. Поскольку за шесть бросков ни на одном из кубиков не выпадало дважды одно и то же число, то на каждом кубике выпали по одному разу все числа от 1 до 6.

Посчитаем общую сумму всех чисел, выпавших на всех кубиках за шесть бросков. Для одного кубика эта сумма равняется $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$, а для шести — $6 \cdot 21 = 126$.

Осталось посчитать сумму чисел на шестом броске: $126 - 21 - 19 - 20 - 18 - 25 = 23$. \square

Замечание. Одна из возможных конфигураций бросков кубиков изображена ниже (первое число в сумме — это число на первом кубике, второе число — на втором, ..., шестое число — на шестом).

$$1 + 5 + 6 + 3 + 5 + 1 = 21;$$

$$2 + 4 + 3 + 4 + 1 + 5 = 19;$$

$$3 + 1 + 5 + 2 + 3 + 6 = 20;$$

$$4 + 2 + 2 + 5 + 2 + 3 = 18;$$

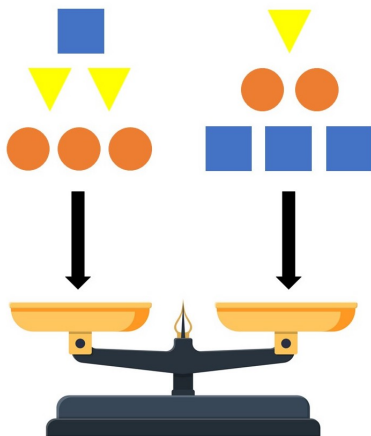
$$5 + 3 + 1 + 6 + 6 + 4 = 25;$$

$$6 + 6 + 4 + 1 + 4 + 2 = 23.$$

Ответы

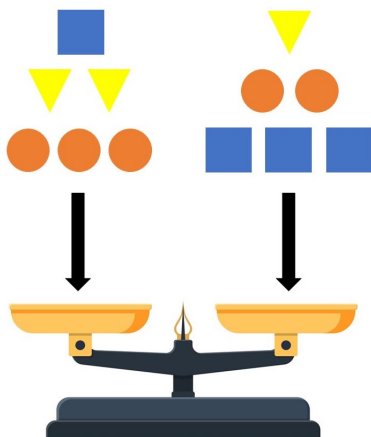
4 класс

Задача 4.1.1. Круглые гири весят 200 граммов, квадратные — 300 граммов, а треугольные — 150 граммов. 12 гирь положили на чашечные весы, как показано на рисунке. Какая чаша тяжелее и на сколько граммов?



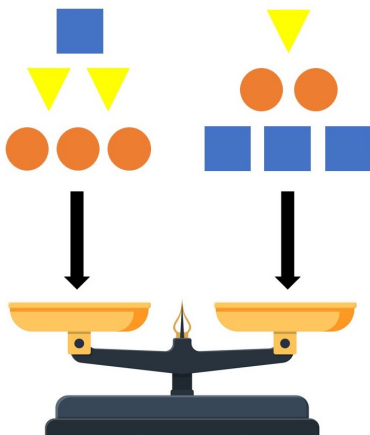
Ответ: Правая тяжелее на 250 граммов.

Задача 4.1.2. Круглые гири весят 200 граммов, квадратные — 350 граммов, а треугольные — 150 граммов. 12 гирь положили на чашечные весы, как показано на рисунке. Какая чаша тяжелее и на сколько граммов?



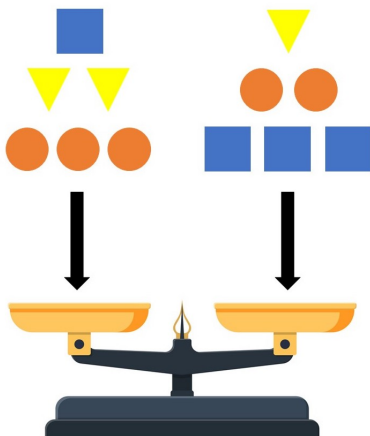
Ответ: Правая тяжелее на 350 граммов.

Задача 4.1.3. Круглые гири весят 150 граммов, квадратные — 300 граммов, а треугольные — 50 граммов. 12 гирь положили на чашечные весы, как показано на рисунке. Какая чаша тяжелее и на сколько граммов?



Ответ: Правая тяжелее на 400 граммов.

Задача 4.1.4. Круглые гири весят 250 граммов, квадратные — 350 граммов, а треугольные — 150 граммов. 12 гирь положили на чашечные весы, как показано на рисунке. Какая чаша тяжелее и на сколько граммов?



Ответ: Правая тяжелее на 300 граммов.

Задача 4.2.1. В 4«А» классе у каждого ребёнка есть не менее 11 одноклассников и не менее 13 одноклассниц. Какое наименьшее количество детей может учиться в этом классе?

Ответ: 26.

Задача 4.2.2. В 4«А» классе у каждого ребёнка есть не менее 12 одноклассников и не менее 13 одноклассниц. Какое наименьшее количество детей может учиться в этом классе?

Ответ: 27.

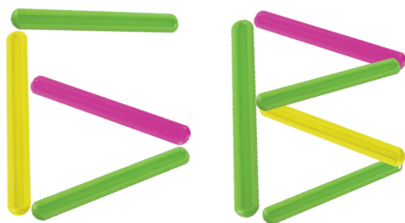
Задача 4.2.3. В 4«А» классе у каждого ребёнка есть не менее 12 одноклассников и не менее 14 одноклассниц. Какое наименьшее количество детей может учиться в этом классе?

Ответ: 28.

Задача 4.2.4. В 4«А» классе у каждого ребёнка есть не менее 13 одноклассников и не менее 14 одноклассниц. Какое наименьшее количество детей может учиться в этом классе?

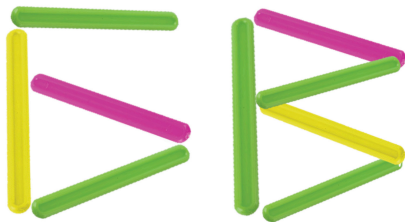
Ответ: 29.

Задача 4.3.1. У Саши было 47 палочек. Используя их все, он сложил несколько букв «Б» и «В», изображённых на рисунке. Какое наибольшее количество букв «Б» могло получиться у Саши?



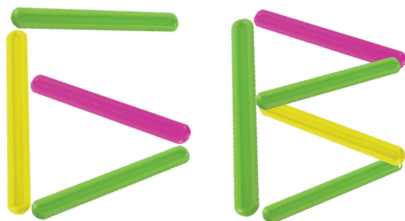
Ответ: 8.

Задача 4.3.2. У Саши было 43 палочки. Используя их все, он сложил несколько букв «Б» и «В», изображённых на рисунке. Какое наибольшее количество букв «Б» могло получиться у Саши?



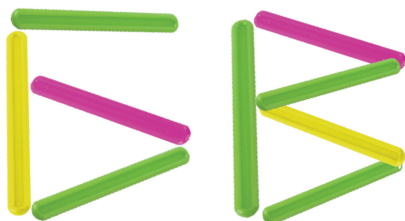
Ответ: 7.

Задача 4.3.3. У Саши было 39 палочек. Используя их все, он сложил несколько букв «Б» и «В», изображённых на рисунке. Какое наибольшее количество букв «Б» могло получиться у Саши?



Ответ: 6.

Задача 4.3.4. У Саши было 51 палочка. Используя их все, он сложил несколько букв «Б» и «В», изображённых на рисунке. Какое наибольшее количество букв «Б» могло получиться у Саши?



Ответ: 9.

Задача 4.4.1. Коты Леопольд, Гарфилд, Василий, Матильда и Том съели на кухне две котлеты, две сосиски и одну рыбу. Каждый из них съел что-то одно. Известно, что:

- Леопольд, Гарфилд и Том съели 3 разных блюда;

- Василий не ел котлету, а Леопольд не ел сосиску;
- Гарфилд и Матильда съели одно и то же.

Кому что досталось?

Ответ: Гарфилду и Матильде — котлеты, Василию и Тому — сосиски, Леопольду — рыба.

Задача 4.4.2. Коты Леопольд, Гарфилд, Василий, Матильда и Том съели на кухне две котлеты, две сосиски и одну рыбу. Каждый из них съел что-то одно. Известно, что:

- Гарфилд, Василий и Леопольд съели 3 разных блюда;
- Матильда не ела котлету, а Гарфилд не ел сосиску;
- Василий и Том съели одно и то же.

Кому что досталось?

Ответ: Василию и Тому — котлеты, Матильде и Леопольду — сосиски, Гарфилду — рыба.

Задача 4.4.3. Коты Леопольд, Гарфилд, Василий, Матильда и Том съели на кухне две котлеты, две сосиски и одну рыбу. Каждый из них съел что-то одно. Известно, что:

- Том, Леопольд и Матильда съели 3 разных блюда;
- Гарфилд не ел котлету, а Том не ел сосиску;
- Леопольд и Василий съели одно и то же.

Кому что досталось?

Ответ: Леопольду и Василию — котлеты, Гарфилду и Матильде — сосиски, Тому — рыба.

Задача 4.4.4. Коты Леопольд, Гарфилд, Василий, Матильда и Том съели на кухне две котлеты, две сосиски и одну рыбу. Каждый из них съел что-то одно. Известно, что:

- Василий, Матильда и Гарфилд съели 3 разных блюда;
- Том не ел котлету, а Василий не ел сосиску;
- Матильда и Леопольд съели одно и то же.

Кому что досталось?

Ответ: Матильде и Леопольду — котлеты, Тому и Гарфилду — сосиски, Василию — рыба.

Задача 4.5.1. У мамы с папой есть двое детей: Коля и Таня. Папа старше мамы на 4 года. Коля тоже старше Тани на 4 года и вдвое младше папы. Сколько лет каждому из них, если суммарный возраст всех членов семьи составляет 130 лет?

Ответ: Тане 19 лет, Коле 23 года, маме 42 года, папе 46 лет.

Задача 4.5.2. У мамы с папой есть двое детей: Коля и Таня. Папа старше мамы на 4 года. Коля тоже старше Тани на 4 года и вдвое младше папы. Сколько лет каждому из них, если суммарный возраст всех членов семьи составляет 124 года?

Ответ: Тане 18 лет, Коле 22 года, маме 40 лет, папе 44 года.

Задача 4.5.3. У мамы с папой есть двое детей: Коля и Таня. Папа старше мамы на 4 года. Коля тоже старше Тани на 4 года и вдвое младше папы. Сколько лет каждому из них, если суммарный возраст всех членов семьи составляет 136 лет?

Ответ: Тане 20 лет, Коле 24 года, маме 44 года, папе 48 лет.

Задача 4.5.4. У мамы с папой есть двое детей: Коля и Таня. Папа старше мамы на 4 года. Коля тоже старше Тани на 4 года и вдвое младше папы. Сколько лет каждому из них, если суммарный возраст всех членов семьи составляет 142 года?

Ответ: Тане 21 год, Коле 25 лет, маме 46 лет, папе 50 лет.

Задача 4.6.1. Женя взял доску 3×3 и на каждую клетку поставил столбик из синих и красных кубиков. Потом он зарисовал схему получившейся расстановки: подписал количество кубиков обоих цветов в каждом столбике (порядок кубиков неизвестен).

Какое наибольшее количество синих кубиков может увидеть Женя, если посмотрит на конструкцию спереди? (Например, если перед столбиком из 8 кубиков стоит столбик из 5, то будет видно все 5 кубиков ближнего столбика и только 3 верхних кубика дальнего столбика.)

■ * 2	■ * 4	■ * 5
■ * 5	■ * 0	■ * 1
■ * 0	■ * 1	■ * 3
■ * 2	■ * 4	■ * 3
■ * 2	■ * 2	■ * 2
■ * 3	■ * 2	■ * 1

↑
Спереди

Ответ: 12.

Задача 4.6.2. Женя взял доску 3×3 и на каждую клетку поставил столбик из синих и красных кубиков. Потом он зарисовал схему получившейся расстановки: подписал количество кубиков обоих цветов в каждом столбике (порядок кубиков неизвестен).

Какое наибольшее количество синих кубиков может увидеть Женя, если посмотрит на конструкцию спереди? (Например, если перед столбиком из 8 кубиков стоит столбик из 5, то будет видно все 5 кубиков ближнего столбика и только 3 верхних кубика дальнего столбика.)

■ * 2	■ * 4	■ * 5
■ * 5	■ * 0	■ * 1
■ * 0	■ * 1	■ * 3
■ * 2	■ * 5	■ * 3
■ * 2	■ * 2	■ * 2
■ * 3	■ * 2	■ * 1

↑
Спереди

Ответ: 13.

Задача 4.6.3. Женя взял доску 3×3 и на каждую клетку поставил столбик из синих и красных кубиков. Потом он зарисовал схему получившейся расстановки: подписал количество кубиков обоих цветов в каждом столбике (порядок кубиков неизвестен).

Какое наибольшее количество синих кубиков может увидеть Женя, если посмотрит на конструкцию спереди? (Например, если перед столбиком из 8 кубиков стоит столбик из 5, то будет видно все 5 кубиков ближнего столбика и только 3 верхних кубика дальнего столбика.)

■ × 2	■ × 4	■ × 5
■ × 5	■ × 0	■ × 1
■ × 0	■ × 1	■ × 4
■ × 2	■ × 4	■ × 2
■ × 2	■ × 2	■ × 2
■ × 3	■ × 2	■ × 1

↑
Спереди

Ответ: 11.

Задача 4.6.4. Женя взял доску 3×3 и на каждую клетку поставил столбик из синих и красных кубиков. Потом он зарисовал схему получившейся расстановки: подписал количество кубиков обоих цветов в каждом столбике (порядок кубиков неизвестен).

Какое наибольшее количество синих кубиков может увидеть Женя, если посмотрит на конструкцию спереди? (Например, если перед столбиком из 8 кубиков стоит столбик из 5, то будет видно все 5 кубиков ближнего столбика и только 3 верхних кубика дальнего столбика.)

■ × 2	■ × 4	■ × 5
■ × 6	■ × 0	■ × 1
■ × 0	■ × 1	■ × 3
■ × 2	■ × 5	■ × 3
■ × 2	■ × 2	■ × 2
■ × 3	■ × 2	■ × 1

↑
Спереди

Ответ: 14.

Задача 4.7.1. На столе лежит 4 стопки монет. В первой стопке 9 монет, во второй — 7, в третьей — 5, в четвёртой — 10. За один ход разрешается добавить по одной монете к трём разным стопкам. За какое наименьшее количество ходов можно добиться того, чтобы во всех стопках стало поровну монет?

Ответ: 11.

Задача 4.7.2. На столе лежит 4 стопки монет. В первой стопке 9 монет, во второй — 7, в третьей — 5, в четвёртой — 11. За один ход разрешается добавить по одной монете к трём разным стопкам. За какое наименьшее количество ходов можно добиться того, чтобы во всех стопках стало поровну монет?

Ответ: 12.

Задача 4.7.3. На столе лежит 4 стопки монет. В первой стопке 9 монет, во второй — 8, в третьей — 5, в четвёртой — 11. За один ход разрешается добавить по одной монете к трём разным стопкам. За какое наименьшее количество ходов можно добиться того, чтобы во всех стопках стало поровну монет?

Ответ: 13.

Задача 4.7.4. На столе лежит 4 стопки монет. В первой стопке 8 монет, во второй — 7, в третьей — 5, в четвёртой — 10. За один ход разрешается добавить по одной монете к трём разным стопкам. За какое наименьшее количество ходов можно добиться того, чтобы во всех стопках стало поровну монет?

Ответ: 10.

Задача 4.8.1. У Васи есть шесть одинаковых игральных кубиков, на гранях каждого из которых записаны числа от 1 до 6 (каждое — по одному разу). Вася бросал все шесть кубиков шесть раз подряд. Ни на одном из кубиков не выпадало дважды одно и то же число.

Известно, что при первом броске сумма чисел на верхних гранях равнялась 21, а при следующих четырёх бросках — 19, 20, 18 и 25. Какая сумма получилась при шестом броске?

Ответ: 23.

Задача 4.8.2. У Васи есть шесть одинаковых игральных кубиков, на гранях каждого из которых записаны числа от 1 до 6 (каждое — по одному разу). Вася бросал все шесть кубиков шесть раз подряд. Ни на одном из кубиков не выпадало дважды одно и то же число.

Известно, что при первом броске сумма чисел на верхних гранях равнялась 22, а при следующих четырёх бросках — 15, 19, 21 и 24. Какая сумма получилась при шестом броске?

Ответ: 25.

Задача 4.8.3. У Васи есть шесть одинаковых игральных кубиков, на гранях каждого из которых записаны числа от 1 до 6 (каждое — по одному разу). Вася бросал все шесть кубиков шесть раз подряд. Ни на одном из кубиков не выпадало дважды одно и то же число.

Известно, что при первом броске сумма чисел на верхних гранях равнялась 24, а при следующих четырёх бросках — 16, 15, 20 и 27. Какая сумма получилась при шестом броске?

Ответ: 24.

Задача 4.8.4. У Васи есть шесть одинаковых игральных кубиков, на гранях каждого из которых записаны числа от 1 до 6 (каждое — по одному разу). Вася бросал все шесть кубиков шесть раз подряд. Ни на одном из кубиков не выпадало дважды одно и то же число.

Известно, что при первом броске сумма чисел на верхних гранях равнялась 26, а при следующих четырёх бросках — 17, 18, 16 и 23. Какая сумма получилась при шестом броске?

Ответ: 26.