

КЕНГУРУ 2025
Решения 1-2 класс

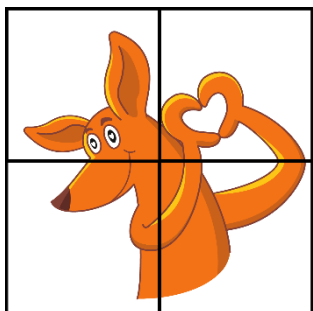
3 балла:

1. Ответ: В

Посчитаем, сколько шариков осталось у Паши: $6-2=4$ шарика.

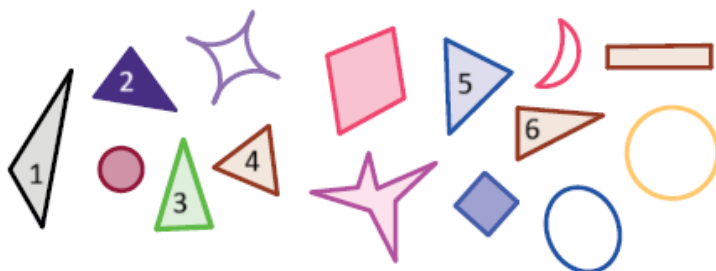
2. Ответ: Д

Путем подставления каждого из предложенных кусочков в пазл видим, что подходит только кусочек Д:



3. Ответ: Д

Треугольников шесть, они отмечены на рисунке:



4. Ответ: А

Посчитаем длину каждого пути (в клеточках): А – 13, Б – 15, В – 18, Г – 14, Д – 18. Получается, что самая короткая дорожка – это А.

5. Ответ: Б

На рисунке изображено 8 концов с грифелем и 8 ластика. Следовательно, всего 8 карандашей.

6. Ответ: В

Если мы посчитаем маленькие голубые квадраты на рисунке, их будет 10. Т.к. всего их 16 (это сказано в условии), то убрали $16-10=6$ квадратов.

7. Ответ: Б

Среди игрушек не должно быть черепах, значит ответы В и Д не подходят. Также не должно быть кроликов, значит ответы А и Д не подходят. И также не должно быть роботов, значит ответы В и Г не подходят. Остаётся ответ Б – он удовлетворяет условию задачи.

8. Ответ: Д

На пуговице Карины рисунки идут (справа налево): сердце, дуга, круг. На пуговицах в ответах А и Г последовательность другая, значит они не подходят. Дуга должна быть выпуклой в сторону

внешнего края пуговицы. В ответе В она выгнута иначе, значит он не подходит. Сердце смотрит острым концом в сторону дуги. В ответе Б острый конец сердца направлен на внешний край пуговицы, значит и этот ответ не подходит. Остаётся ответ Д. Все элементы на этой пуговице соответствуют элементам и их расположению на пуговице Карины. Также, если повернуть пуговицу из ответа Д на четверть оборота по часовой стрелке, она станет полностью идентична пуговице из условия.

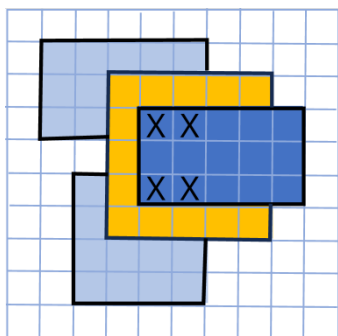
4 балла:

9. Ответ: А

Фигура состоит из $3 \cdot 2 \cdot 3 = 18$ кубиков. Одна резинка касается 6 кубиков. Другая резинка касается 8 кубиков, при этом 2 из них также касаются первой резинки. Таким образом, общее количество кубиков, которые касаются резинки, равно $6 + 8 - 2 = 12$. Следовательно, $18 - 12 = 6$ кубиков не касаются резинок.

10. Ответ: Д

При таком расположении ковриков, три коврика на одной плитке может быть только тогда, когда это синий, жёлтый и один из голубых ковриков. Это выполняется на плитках, отмеченных крестиком:



11. Ответ: Г

Для того, чтобы ключ подошёл к замку, этот ключ должен иметь такую же форму, как и отверстие



у замка: . Проверяем каждый из ответов и видим, что такая форма только у ключа в ответе Г.

12. Ответ: Б

Собака и два щенка вместе весят 18 кг. А собака и один щенок - 14 кг. Следовательно, щенок весит $18 - 14 = 4$ кг. И тогда собака весит $14 - 4 = 10$ кг.

13. Ответ: В

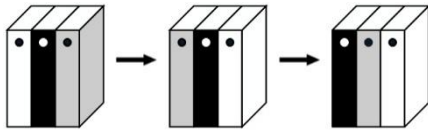
Поскольку на столе остались только апельсины, значит Вера убрала все груши и яблоки. Это значит, что в начале на столе лежали 2 груши, 4 яблока и $12 - 2 - 4 = 6$ апельсинов. Т.к. Вера убрала половину апельсинов, то на столе должно остаться $6 : 2 = 3$ апельсина.

14. Ответ: В

Если считать слева, Коля пятый в ряду. Если считать справа, Витя четвертый в ряду. Значит между ними $12 - 5 - 4 = 3$ ученика.

15. Ответ: Г

Посмотрим, как менялось положение книг, когда Маша меняла их местами, чтобы увидеть их расположение в конце:



16. Ответ: Г

На рисунках видим, что искомая белая деталь находится между красной и жёлтой деталями. Сравнивая вид спереди и сзади, делаем вывод, что она должна состоять из четырёх маленьких кубиков: три кубика в нижнем ряду и один в верхнем посередине. Этому описанию соответствует фигура в ответе Г.

5 баллов:

17. Ответ: Б

Бусины, спрятанные в каждой коробке: белая-чёрная-белая-чёрная-белая. Всего спрятано $3+3=6$ белых бусин.

18. Ответ: Г

Толя заплатил на 8 рублей больше, чем Аня, за $5-3=2$ шоколадки. Значит, каждая шоколадка должна стоить $8:2=4$ рубля.

19. Ответ: Г

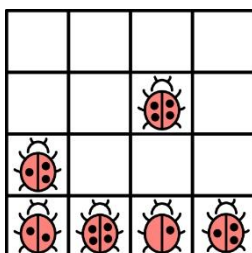
Сначала обратим внимание, что сумма двух чётных чисел всегда чётная, а сумма чётного и нечётного чисел всегда нечётная. Среди игрушек есть только одна, вес которой – нечётное число (11 г). Если не брать эту игрушку, то пары, составленные из остальных игрушек, будут иметь вес, выраженный чётными числами. Среди них можно составить пары с одинаковым весом: $8+10=18$ и $6+12=18$.

20. Ответ: Б

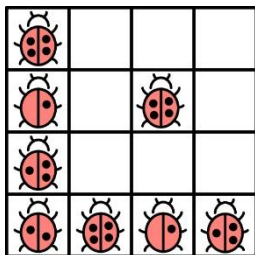
Сейчас Ане 7 лет, поэтому 3 года назад ей было $7-3=4$ года. Т.к. в то время сумма возрастов Аны и Бори была 6, то Боре было $6-4=2$ года. Тогда сейчас Боре $2+3=5$ лет.

21. Ответ: А

Сразу можно заметить, что в пустых клетках нижней строки уже есть божьи коровки с 4 и 1 точками, значит в оставшиеся клетки нужно поместить наклейки с 2 и 3 точками. При этом в левом столбце уже есть божья коровка с 3 точками, значит на пересечении должна быть наклейка с 2 точками, а в правом нижнем квадрате – с 3:

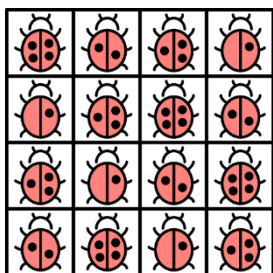


Теперь на пустых клетках в левом столбце нужно разместить божьи коровки с 1 и 4 точками. Т.к. во второй строке уже есть наклейка с 4 точками, то разместим их следующим образом:



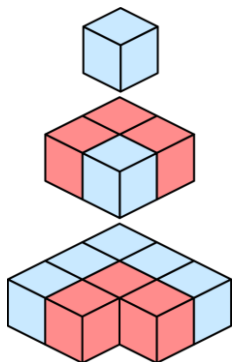
Заметим, что в верхней левой клетке расположилась божья коровка с 4 пятнами. Сравнивая с вариантами ответов, видим, что только ответ А подходит.

Заполним таблицу до конца, пользуясь описанной выше логикой, чтобы убедиться, что остальные клетки верхней строки действительно будут такими же, как в ответе А. Получим следующую таблицу:



22. Ответ: В

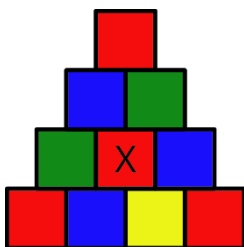
Т.к. под каждым красным кубиком находится синий, а под каждым синим – красный, то три ряда кубиков выглядят следующим образом:



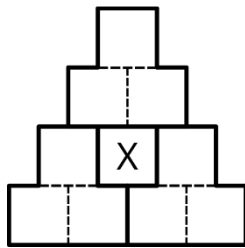
Теперь можем посчитать синие кубики: $1+1+5=7$.

23. Ответ: А

Во-первых, заметим, что если мы используем красный цвет для квадрата, отмеченного знаком «Х», то мы можем использовать красный цвет и в угловых квадратах пирамиды, и тогда фигуру можно будет раскрасить, как описано в условии. Например, так:



Возможно ли покрасить пирамиду так, чтобы клетка со знаком «X» была не красного цвета?
Поделим мысленно пирамиду на три части, каждая из которых состоит из трёх квадратов, как показано ниже, плюс квадрат, отмеченный «X»:



Т.к. каждая «трёхклеточная» часть состоит из трёх соприкасающихся между собой клеток, то в ней может быть только один красный квадрат. Но т.к. По условию красных квадратов должно быть 4, то четвёртым может быть только квадрат, отмеченный знаком «X».

24. Ответ: В

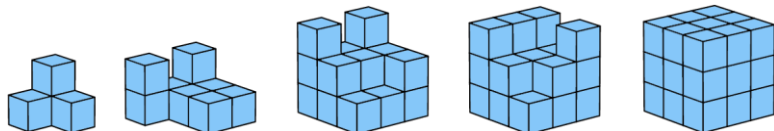
Возможно, автомат сначала выдаст все не белые шарики, лежащие ниже белых, и только потом выдаст один из белых шариков. Таких не белых шариков в автомате (считаем столбики слева направо) $3+1+2+4+0=10$. Тогда белый шарик выпадет одиннадцатым. Значит, чтобы точно получить белый шарик, нужно иметь 11 монет.

КЕНГУРУ 2025
Решения 3-4 класс

3 балла:

1. Ответ: А

Т.к. на каждом шаге Мила добавляет по кубику, то количество кубиков в фигуре становится все больше и больше по мере строительства. Таким образом фотографии были сделаны в следующей последовательности:



- Г, Б, Д, А, В.

Значит четвёртое по порядку фото – это ответ А.

2. Ответ: Д

Одно из чисел вычитается, а остальные три числа складываются. Таким образом, результат будет наибольшим, когда вычитаемая цифра (она стоит на третьем месте по счёту) будет наименьшей, т.е. 0. Из предложенных пяти вариантов только в ответе Д на третьем месте стоит 0.

3. Ответ: Д

Для узла верёвка должна образовывать затягиваемую петлю (один конец проходит под другим, затем над, затем снова под). Это выполняется только на верёвке Д.

4. Ответ: Д

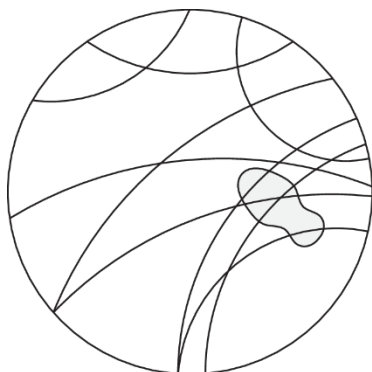
На вертушке Ларисы есть два чёрных сектора друг напротив друга. Такие чёрные сектора также есть на вертушках В, Г и Д. Серый сектор на вертушке Ларисы один и находится справа рядом с чёрным. Из трёх вышеуказанных ответов под такое описание подходит только вариант Д.

5. Ответ: А

Рассмотрим каждый из кубиков. На кубике Б 5 и 2 находятся на соседних гранях и дают в сумме 7. На кубике В 6 и 1 находятся на соседних гранях и дают в сумме 7. На кубике Г 3 и 4 находятся на соседних гранях и дают в сумме 7. На кубике Д 5 и 2 находятся на соседних гранях и дают в сумме 7. Остается только кубик А. На нём значения на видимых соседних гранях не дают в сумме 7, значит он будет искомым обычным кубиком.

6. Ответ: Б

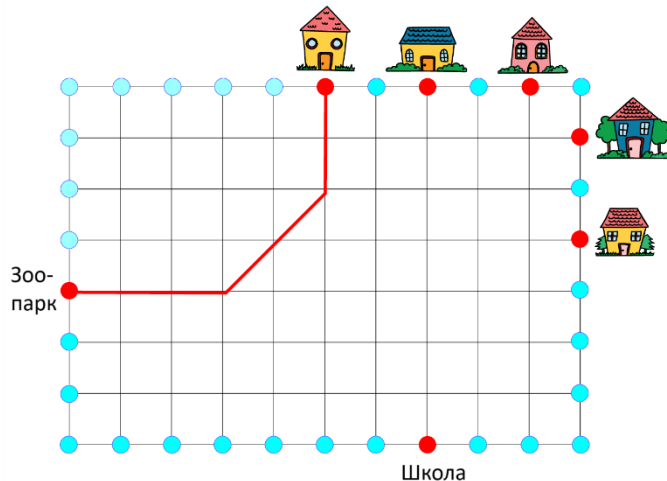
Дорисуем на рисунке линии, которые скрыты подошвой:



Видим, что они совпадают с ответом Б.

7. Ответ: А

Построим путь Кенгуру из зоопарка согласно указанным в условии данным:



Видим, что таким путём он окажется у дома А.

8. Ответ: Д

На палке с двумя зелёными треугольниками оба этих треугольника расположены на одной стороне. В ответе В палки с двумя зелёными треугольниками нет вообще. А в ответах А, Б и Г треугольники на ней расположены по разные стороны. Только в ответе Д использована такая же палка, как дана в условии. Проверая, видим, что и остальные две палки совпадают с палками из условия. Значит Д – правильный ответ.

4 балла:

9. Ответ: Д

Для решения достаточно посчитать стоимость каждого из наборов.

Вариант А: $2 \cdot 6 + 1 = 13$

Вариант Б: $6 + 9 \cdot 1 = 15$

Вариант В: $3 \cdot 6 = 18$

Вариант Г: $6 + 5 \cdot 1 = 11$

Вариант Д: $2 \cdot 6 + 4 \cdot 1 = 16$

Значит искомый ответ – Д.

10. Ответ: В

У девочек на тарелках уже есть 3, 4 и 5 печений. Вместе с печеньями, оставшимися на подносе, получается $3 + 4 + 5 + 15 = 27$ печений. Таким образом, в конце у каждой девочки должно быть $27 : 3 = 9$ печений. Это значит, что Аня должна получить еще $9 - 3 = 6$ печений.

11. Ответ: Б

Давид не использовал телефон, значит его заряд не потратился. Т.е. уровень заряда телефона Давида – это ответ А. Телефон Бори разрядился полностью, значит его уровень заряда – это ответ В. При этом у Ани и Кристины вместе потрачено столько же заряда, сколько у Бори. Из оставшихся трёх вариантов (Б, Г и Д) выбираем те два, что при совмещении дадут полностью разряженный заряд. Эти два ответа – Г и Д. Значит уровень заряда телефона Эдика – это ответ Б.

12. Ответ: Б

Самая маленькая овца получила в два раза больше еды, поэтому мы считаем её за двух «обычных» овец. Тогда у нас есть $5+2=7$ «обычных овец». Так как $210:7=30$ граммов – столько корма получила «обычная овца». Тогда самая маленькая овца получила $2\cdot 30=60$ граммов корма.

13. Ответ: Б

Сначала рассмотрим фигуры 1, 3 и 4. Поворачиваем их так, чтобы три квадрата в ряду были горизонтальными (фигуру 1 на один поворот по часовой стрелке, а фигуру 4 на два поворота по часовой стрелке). Тогда мы видим, фигура 4 имеет нижний квадрат справа, а не слева, и не подходит по форме к верхней закрашенной части. У фигуры 3 форма подходит, но не подходит расцветка (верхний центральный квадрат должен быть чёрным, чтобы подходить для шахматной доски, а здесь он белый). А вот фигура 1 подходит на место верхней закрашенной части как по форме, так и по цветам.

Теперь рассмотрим фигуры 2 и 5. Фигуру 2 невозможно повернуть так, чтобы она совпала с формой нижней закрашенной части. А фигуру 5 можно повернуть так, чтобы она с ней совпала, так, чтобы 3 квадрата в ряду были вертикальными. При этом видим, что окраска у фигуры 5 так же правильная.

Таким образом, чтобы вернуть шахматную доску в первоначальный вид, нам нужно использовать фигуры 1 и 5.

14. Ответ: Г

Всего помидоров на пицце $5+3+2+4+1+2+1=18$. Чтобы на каждой половине было одинаковое количество помидоров, их должно быть $18:2=9$.

Рассмотрим разрез 1 и посчитаем помидоры с одной из сторон: $5+0+3+2=10$ помидоров. Этот вариант не подходит.

Разрез 2 даёт $0+3+2+4=9$ помидоров с одной стороны. Значит и на второй половине будет тоже 9 помидоров.

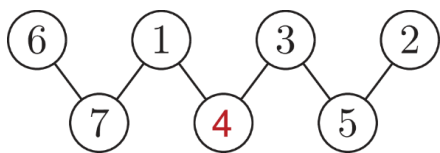
Разрез 3 даёт $3+2+4+1=10$ помидоров на одной половине. Этот вариант не подходит.

При разрезе 4 получается $2+4+1+2=9$ помидоров с одной стороны. Значит и с другой стороны будет тоже 9 помидоров.

Таким образом равное количество помидоров на каждой половине будет, если разрезать пиццу по линиям 2 и 4.

15. Ответ: В

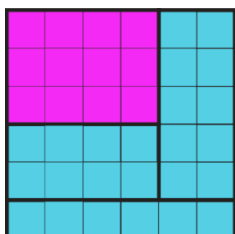
Число 6 уже вписано, значит нам надо вписать оставшиеся шесть чисел. Т.к. число в нижнем круге – это сумма двух чисел из верхних кругов, то ниже 6 может быть только большее число. Такое число только одно – 7. Тогда во втором верхнем круге будет стоять $7-6=1$. Теперь у нас остались числа 2, 3, 4, 5. Два самых больших числа должны быть суммами, поэтому они будут находиться в нижнем ряду. 4 не может быть получено путем суммирования каких-либо двух чисел из 2, 3 или 5. Значит 4 будет получено суммированием 1 и другого числа. Значит 4 будет находиться внизу посередине, (в круге, отмеченном звёздочкой). Тогда вверху будет $4-1=3$ вверху. Затем т.к. 5 находится внизу справа, то вверху справа будет $5-3=2$.



16. Ответ: Д

Наибольшая длина стороны одной из трёх частей составляет 6 квадратиков, поэтому большой квадрат, который строит Игорь, будет иметь длину стороны не менее 6 квадратиков. Т.е. большой

квадрат состоит либо из $6 \cdot 6 = 36$, либо из $7 \cdot 7 = 49$ или аналогичного количества маленьких квадратов. Три части, приведённые в условии, суммарно состоят из $6 + 10 + 8 = 24$ маленьких квадратов. Таким образом, четвертая часть должна состоять либо из $36 - 24 = 12$, либо из $49 - 24 = 25$ или аналогичного количества маленьких квадратов. Ни одна из фигур, представленных в вариантах ответов, не состоит из 25 или более квадратов. Таким образом, большой квадрат состоит из 36 квадратов и имеет размер 6×6 , а недостающая часть должна состоять из 12 квадратов. Видим, что ответы А, Б и В не подходят. Чтобы найти правильную форму недостающей части, нужно сложить большой квадрат 6×6 . После этого увидим, что недостающий прямоугольник имеет размер 4×3 (см. рис.). Таким образом, четвёртая часть показана в варианте Д.



5 баллов:

17. Ответ: Г

Заметим, что на первых трёх фотографиях божьи коровки с 1, 3 и 5 точками встречаются дважды, а божьи коровки с 2, 4, 6 точками — только один раз. Таким образом, на четвёртой фотографии должны быть божьи коровки с 2, 4 и 6 точками. Тогда получаем $2 + 4 + 6 = 12$ точек.

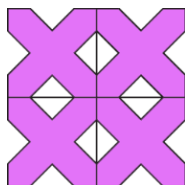
18. Ответ: Д

Рассмотрим кратные 11 числа: 11, 22, 33, 11 не удовлетворяет условию (т.к. тогда розовых пуговиц $50 - 11 - 1 = 38$, не меньше, чем 11 белых), аналогично не подходит 22 (т.к. тогда розовых пуговиц $50 - 22 - 2 = 26$, тоже не меньше, чем 22 белых). Пусть белых пуговиц 33, тогда серых 3, а розовых $50 - 33 - 3 = 14$, как раз меньше, чем белых, и больше, чем серых. Тогда разница между количеством розовых и белых пуговиц $33 - 14 = 19$.

Покажем, что значения 44 и более также не подходят условию. Если белых пуговиц 44, тогда розовых $50 - 44 - 4 = 2$, не больше, чем 4 серых пуговицы.

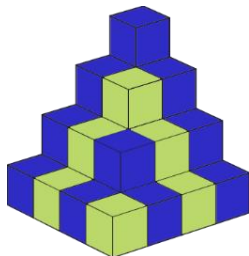
19. Ответ: Б

Если нарисовать на полученной снежинке линии сгиба, то увидим, что форма разрезов, которые должна была сделать Надя, соответствует ответу Б:



20. Ответ: Г

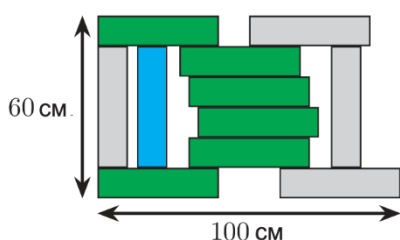
Есть только один способ раскрасить кубики в пирамиде так, чтобы ни одна грань кубика одного цвета не соприкасалась с гранью другого кубика того же цвета:



Если мы посмотрим на эту пирамиду сверху, увидим, что все цвета расположены в соответствии с цветами в ответе Г.

21. Ответ: Б

Заметим, что высота всей конструкции совпадает с высотой 6 зелёных кирпичей, значит высота одного кирпича $60:6=10$ см. Также заметим, что длина одного голубого кирпича совпадает с высотой 4 зелёных кирпичей. Тогда высота одного кирпича $10 \cdot 4=40$ см. Таким образом размер одного кирпича 10×40 см.



22. Ответ: В

Очевидно, что в пробирке №3 уровень воды будет ниже, чем в №1 и №2, так как в ней больше шариков. Аналогично, в пробирке №5 уровень воды будет ниже, чем в №4. Таким образом, осталось сравнить пробирки №3 и №5. В пробирке №5 было в 2 раза больше шариков, и уровень воды был в 2 раза выше, чем в пробирке №3. Фактически, в пробирке №5 находилось удвоенное количество и шариков, и воды по сравнению с пробиркой №3. После того, как шарики вынули, количество воды осталось прежнее. Это значит, что меньше всего воды в пробирке №3.

23. Ответ: А

Фрукты, количество которых одинаково, судя по последней цифре, — это яблоки и апельсины, по 30 штук. Также из последних цифр мы заключаем, что фрукты, количество которых вдвое больше, чем количество других, — это манго и груши (манго вдвое больше, чем груш). Поскольку каждого вида фруктов имеется более 10 штук, то количество груш равно 11, или 21 или 31 или ... и т.д., а количество манго равно 22, или 42, или 62 или ... и т.д. Аналогично бананов 13, или 23, или 33, или.. и т.д.

Яблок и апельсинов суммарно $30+30=60$. Значит манго, груш и бананов суммарно $106-60=46$.

Таким образом, манго и груш может быть только 22 и 11 соответственно. Тогда бананов $46-22-11=13$.

24. Ответ: В

Наименьшая возможная масса звезды составляет 1 кг. Первые весы показывают, что один квадрат тяжелее двух звёзд. Т.е. квадрат должен весить 3 кг, 4 кг или 5 кг. Вторые весы показывают, что два круга тяжелее трёх квадратов. Три квадрата весят как минимум 9 кг, что означает, что два круга должны весить не менее 10 кг. Т.к. массы каждого из трёх объектов могут быть 1 кг, 2 кг, 3 кг, 4 кг или 5 кг, то один круг должен весить 5 кг. Тогда масса одного квадрата может быть только 3 кг или 4 кг. Если один квадрат весит 4 кг, то три квадрата будут весить больше, чем 2 круга (так как $3 \cdot 4 > 2 \cdot 5$), что противоречит показанию вторых весов. Следовательно, масса одного квадрата должна быть 3 кг (а масса звезды составляет 1 кг).

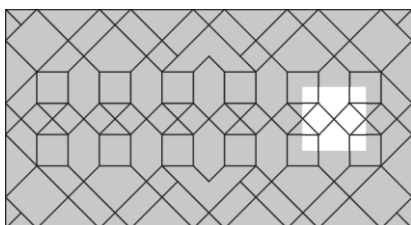
КЕНГУРУ 2025

Решения 5-6 класс

3 балла:

1. Ответ: Б

Дорисовав рисунок мозаики, видим, что он совпадает с ответом Б:

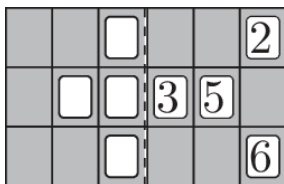


2. Ответ: Б

Заметим, что, если смотреть с обратной стороны, то 0 остается неизменным, 2 выглядит как 5, а 5 выглядит как 2. И чтение будет проходить в обратном направлении. Таким образом 2025 позади будет читаться как 2505.

3. Ответ: Д

Складываем правый закрылок, и видимыми остаются следующие цифры:



Затем складываем левый закрылок, и после этого видимыми остаются цифры 3 и 5:



Сумма чисел $3+5=8$.

4. Ответ: Б

На одной грани наклеены 1 полный квадрат и 4 половинки квадрата, т.е. всего 3 квадрата. У куба 6 граней, значит всего $6 \cdot 3 = 18$ квадратов.

5. Ответ: Б

Для того, чтобы понять очередность, нужно посмотреть, какая начинка лежит поверх какой-то другой начинки. Таким образом выясняем, что Вадим положил сначала ломтики помидора, затем луковые кольца, маслины, грибы и в последнюю очередь перец чили. Третьими по порядку стали маслины.

6. Ответ: В

Всего в сосуде 10 л, тогда через каждое отверстие, после того как вынут пробки, вытечет по $10:5=2$ л воды. Таким образом в средний контейнер попадет 6 л, 2 л сразу попадут в контейнер В, и ещё 2 л вытекут через самую правую трубу. Из среднего контейнера выходят две трубы, через каждую из них вытечет $6:2=3$ л воды. Одна из них ведет в контейнер В. Тогда всего в контейнер В попадет $3+2=5$ л.

7. Ответ: А

После 6 поворотов шестиугольник вернётся в исходное положение. Тогда нужно сделать ещё 2 поворота:



Видим, что итоговое положение соответствует ответу А.

8. Ответ: Б

Т.к. цены идут по увеличению сверху вниз, то, начиная сверху, мы видим, что классический бургер стоит не менее 430 руб., бургер с беконом — не менее 460 руб., бургер с сыром — не менее 550 руб., а двойной бургер — не менее 610 руб. Если бы любой из этих бургеров был дороже, то бургер делюкс не мог бы стоить 680 руб. Следовательно, цены четырёх бургеров в середине списка составляют 430 руб., 460 руб., 550 руб. и 610 руб. Единственное совпадение между этими ценами и предложенными вариантами ответов — это ответ Б.

9. Ответ: В

Из условия мы знаем, что Арина заняла третье место, Миша пятое, а Боря шестое. Т.к. Юлия оказалась между Ариной и Мишей, то она могла занять только четвёртое место. Остаются первое и второе места. Т.к. Диана обогнала Федю, значит она заняла первое место, а Федя второе. Т.е. Диана выиграла забег.

10. Ответ: Б

Всего на трёх полках $17+15+7=39$ книг. Значит, на каждой полке должно быть $39:3=13$ книг. Переместим $17-13=4$ книги с верхней полки и $15-13=2$ книги со средней полки на нижнюю полку. Так на каждой полке окажется по 13 книг. Со средней полки на нижнюю мы переместили 2 книги.

4 балла:

11. Ответ: Б

Пока второй кенгуру преодолевает $\frac{1}{4}$ пути, третий преодолеет $\frac{1}{5}$ часть пути. Второму кенгуру останется пробежать втрое больше (оставшиеся $\frac{3}{4}$ пути). Значит третий кенгуру за это же время преодолеет ещё три таких же части пути ($\frac{3}{5}$), как и ранее, и ему останется пройти $1 - \frac{1}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$. $10:5=2$ км.

12. Ответ: Г

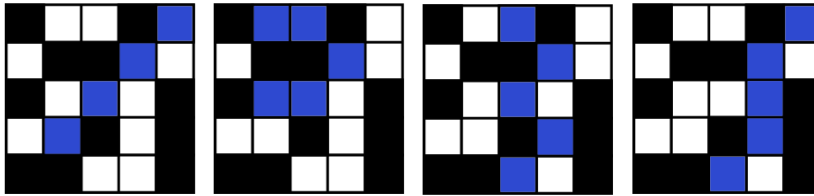
Возможные варианты: 8 и 10, 8 и 11, 8 и 12, 9 и 11, 9 и 12, 10 и 12. Всего 6 вариантов.

13. Ответ: А

Достаточно посчитать вероятность выпадения закрашенного сектора для каждого из колёс. Для этого нужно количество закрашенных секторов поделить на общее количество секторов на колесе. Таким образом для колеса 1 это $\frac{2}{8}$, для колеса 2 - $\frac{2}{10}$, для колеса 3 - $\frac{1}{6}$, для колеса 4 - $\frac{2}{12}$ и для колеса 5 - $\frac{1}{7}$. Наибольшее из этих пяти значений - $\frac{2}{8}$ (или $\frac{1}{4}$). Значит колесо 1 даёт наибольший шанс на победу.

14. Ответ: Г

Попробуем разместить фигуры на поле и увидим, что это возможно для всех кроме фигуры Г:



15. Ответ: Г

Первому пловцу нужно на 8 с больше, чем 2 мин. Второму пловцу нужно на 1 с меньше, чем 2 мин. Третьему пловцу нужно на 3 с больше, чем 2 мин. Четвёртому пловцу нужно на 5 с меньше, чем 2 мин. И наконец пятому пловцу нужно на 2 с меньше, чем 2 мин. Это означает, что четвёртый пловец проплыл быстрее всех, и ему потребовалось меньше всего времени.

16. Ответ: В

Площадь исходного листа составляет $16+9=25 \text{ см}^2$. Т.е. длина стороны этого квадрата - 5 см, а его периметр равен $4 \cdot 5=20 \text{ см}$. Т.к. у вырезанных маленьких квадратов все стороны равны, то периметр исходного квадрата будет точно таким же, как у получившегося креста.

17. Ответ: В

На карточке А сумма цифр первого числа $5+4+3=12$. Если бы у второго числа сумма цифр была такая же, то закрашенная цифра должна была бы быть $12-1-1=10$. Это невозможно.

На карточке Б $5+8=14$ – даже без третьей цифры. При этом $1+1=2$, и третья цифра должна быть как минимум $14-2=12$. Это также невозможно.

На карточке В $9+8+2=19$. $19-1=18$. Если две закрашенные цифры – это 9 и 9, то условие будет выполнено.

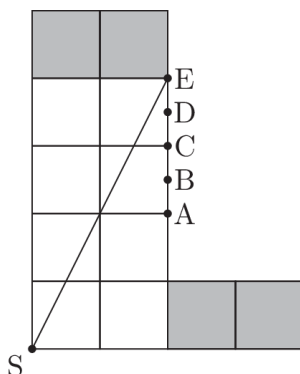
На карточке Г $2+1+1=5$. А во втором числе мы уже видим 6. Т.е. равенства сумм цифр уже быть не может.

И наконец на карточке Д $7+7+7=21$. $21-2=19$. 19 никак не раскладывается в сумму цифр, т.е. и этот вариант не подходит.

Таким образом единственный подходящий вариант – это карточка В.

18. Ответ: Д

Заметим, что без двух верхних и двух правых квадратиков фигура превращается в прямоугольник, который делится пополам отрезком SE. Т.к. два квадратика сверху и справа тоже между собой одинаковы, то этот отрезок делит пополам всю фигуру:



19. Ответ: Б

Поскольку 0 уже стоит, все остальные ячейки во второй строке, третьем столбце и диагональ, проходящая через ячейку с 0, должны быть заполнены цифрой 1:

	?	1	1
1	1	0	1
?	1	1	?
1	?	1	

Если теперь мы поместим 0 или 1 в какую-либо одну из ячеек с вопросительным знаком и заполним остальные ячейки, увидим, что сумма всех ячеек с вопросительными знаками будет равна 2. Есть два варианта заполнения таблицы:

0	1	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0
1	0	1	1

1	0	1	1
1	1	0	1
0	1	1	1
1	1	1	0

20. Ответ: А

Наибольшее трёхзначное число – то, которое начинается с 9. Но первая цифра во втором числе Кати не может быть 9, т.к. третье число по условию больше второго. Поэтому её второе число должно начинаться с 8. Если не использовать цифру 9, то максимально возможным из всех чисел, стоящих на втором месте, может быть только 876.

Наименьшее трёхзначное число – то, которое начинается с 1. Но первая цифра во втором числе Лёши не может быть 1, т.к. первое число по условию меньше второго. Поэтому его второе число должно начинаться с 2. Если не использовать цифру 1, то минимально возможным из всех чисел, стоящих на втором месте, может быть только 234.

Их разность составляет $876 - 234 = 642$.

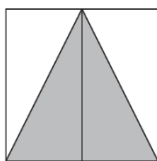
5 баллов:

21. Ответ: Д

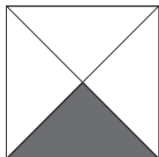
Заметим, что бананов и груш изначально $9 + 6 = 15$ фруктов, что в точности равно количеству яблок после превращения. Это означает, что ВСЕ бананы и груши превратились в яблоки. Т.е. ни один банан не превратился в грушу, потому что тогда 9 бананов и 6 груш дали бы меньше, чем $9 + 6 = 15$ яблок, что не так. Аналогично, ни одна груша не превратилась в банан. И поскольку ни один банан раньше не был грушей, и ни одна груша раньше не была бананом, следовательно, все бананы и все груши раньше были яблоками. Т.е. все 7 яблок были превращены в бананы.

22. Ответ: Б

Т.к. длина стороны квадрата 10 см, то его площадь будет $10 \cdot 10 = 100 \text{ см}^2$. Посчитаем две площади, чтобы найти площадь нужной фигуры:



$$100 : 2 = 50 \text{ см}^2.$$

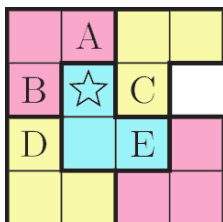


$$100:4=25 \text{ см}^2.$$

Тогда площадь искомой фигуры $50-25=25 \text{ см}^2$.

23. Ответ: Д

Поделим фигуру на части, каждая из которых состоит из трёх клеток. Увидим, что такое разбиение возможно только одним способом. И звезда в этом случае окажется в одном кусочке с буквой Е.

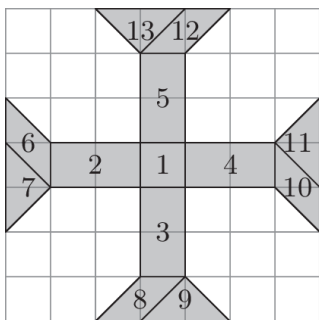


24. Ответ: Г

Два ответа противоречат друг другу, значит диалог происходит в один из дней, когда Дима лжёт (вторник, четверг или суббота). Следовательно, оба утверждения неверны. И тогда этот диалог не может происходить в субботу или вторник (день перед средой). Следовательно, единственный возможный день - четверг.

25. Ответ: В

Чтобы использовать наименьшее количество деталей, Лена должна будет сложить крест следующим образом:



Видим, что для этого ей потребуется 13 деталей.

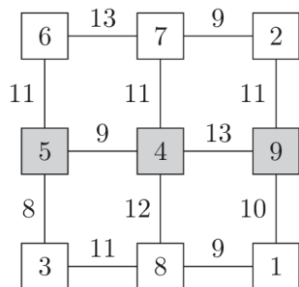
26. Ответ: А

Сравнивая левую и правую стороны всей конструкции, заметим, что два блока  весят столько же, сколько три блока , значит блоки  тяжелее. На левой части весов мы видим, что блоки  и  вместе весят столько же, сколько два блока . Но поскольку мы уже выяснили, что  легче, чем , значит для равновесия  должен быть тяжелее. Таким образом, правильная последовательность блоков, расположенных по убыванию веса, приведена в ответе А.

27. Ответ: В

Если сумма двух цифр содержит 1 в качестве слагаемого, то эта сумма всегда будет меньше или равна 10. Т.е. у квадрата, содержащего 1, такими будут все суммы, написанные на соединяющих его линиях. Единственный квадрат с таким свойством расположен в нижнем правом углу. Поэтому

положение 1 определено однозначно. Остальные квадраты легко заполняются числами, исходя из указанных сумм. В результате получаем следующую картину:



Сумма чисел в закрашенной строке: $5+4+9=18$.

28. Ответ: Г

Проверим каждую из конструкций:

А - невозможно, потому что по крайней мере один из кубиков в верхней части должен быть из второго блока. Но тогда не получится разместить два других блока так, чтобы получилась такая конструкция.

Б - невозможно, потому что второй блок «двухэтажный», значит хотя бы один кубик должен возвышаться над конструкцией.

В - невозможно, потому что кубик в верхней части очевидно относится ко второму блоку, но тогда нет возможности разместить два других блока так, чтобы получилась такая конструкция.

Г - возможно, один кубик из второго блока и один кубик из третьего блока находятся в верхней части конструкции:



Д - невозможно, потому что в верхней части может быть не более 3 кубиков.

29. Ответ: Г

Обозначим за x количество шоколадок, которое было у Серёжи изначально. Тогда у Гены было $3x$ шоколадок. Гена отдал Серёже четверть своих шоколадок. Тогда у него осталось $3x - \frac{3}{4}x$ шоколадок, а у Серёжи стало $x + \frac{3}{4}x$ шоколадок. При этом у Гены на 6 шоколадок больше, чем у Серёжи. Тогда можем составить уравнение: $3x - \frac{3}{4}x - 6 = x + \frac{3}{4}x$. Решая его, находим, что $x=12$. Тогда $3x=36$. И значит изначально у Гены было на $36-12=24$ шоколадки больше.

30. Ответ: Г

На 230 рублей можно купить не более 7 цветков первого типа, 5 цветков второго типа или 4 цветка третьего типа. При этом ни один из этих вариантов не стоит ровно 230 руб. Значит букеты будут состоять из цветков нескольких типов. Возможные варианты:

$$1 \cdot 30 + 5 \cdot 40 = 230$$

$$1 \cdot 30 + 4 \cdot 50 = 230$$

$$2 \cdot 30 + 3 \cdot 40 + 1 \cdot 50 = 230$$

$$3 \cdot 30 + 1 \cdot 40 + 2 \cdot 50 = 230$$

$$5 \cdot 30 + 2 \cdot 40 = 230$$

$$6 \cdot 30 + 1 \cdot 50 = 230$$

$$2 \cdot 40 + 3 \cdot 50 = 230$$

Итого 7 вариантов букетов. Другие букеты не дадут в сумме ровно 230 руб.

КЕНГУРУ 2025
Решения 7-8 класс

3 балла:

1. Ответ: В

Чтобы получить максимально возможное число, нужно расположить цифры в порядке убывания. Из имеющихся цифр это будет 5220.

2. Ответ: Д

Исходное положение будет получаться через каждые 6 поворотов. Из приведённых вариантов ответов только 12 кратно 6, это и есть правильный ответ.

3. Ответ: Д

Получить 8 в результате суммы трёх различных чисел от 1 до 6 возможно только двумя способами: $5+2+1$ и $4+3+1$. Таким образом, не могло выпасть именно шесть точек.

4. Ответ: Б

Правильный шестиугольник на рисунке разделен на 36 равных треугольников, из которых 12 треугольников закрашены. Т.е. закрашена $\frac{12}{36} = \frac{1}{3}$ часть фигуры.

5. Ответ: А

В одном часе содержится $60:12=5$ отрезков по 12 минут. Тогда в 12 часах содержится $5 \cdot 12=60$ таких отрезков.

6. Ответ: Д

Диме сейчас $5+6=11$ лет. Через 7 лет Ване будет $5+7=12$, а Диме $11+7=18$ лет. Суммарно им будет $12+18=30$ лет.

7. Ответ: В

Так как фактически мы складывает две цифры и вычитаем из них две другие цифры, то наименьший возможный результат вычисления получится тогда, когда две цифры, стоящие после знаков вычитания, будут максимально большими. Следовательно, после знаков вычитания нужно поставить 2 и 5. Получим: $2-2+0-5=-5$. Порядок чисел 2 и 0, стоящих на первом и третьем местах, и чисел 2 и 5, стоящих на втором и четвёртом местах, значения не имеет. Таким образом, -5 — это и есть наименьшее значение, которое можно получить.

8. Ответ: Б

На вопрос: «Вы — тот, кто говорит правду?» те, кто говорит правду, должны будут ответить «да», но и лжецы также ответят «да», поскольку они должны будут соврать. Таким образом, общее количество людей в комнате — 20 человек. Поскольку тех, кто говорит правду, на 10 больше, чем тех, кто лжёт, то в комнате находится 5 лжецов и 15 человек, говорящих правду.

9. Ответ: Б

В изображённой фигуре мы видим четыре пересечения по 1 см^2 каждое. Тогда площадь этой фигуры будет $5 \cdot 8 - 4 \cdot 1 = 36 \text{ см}^2$.

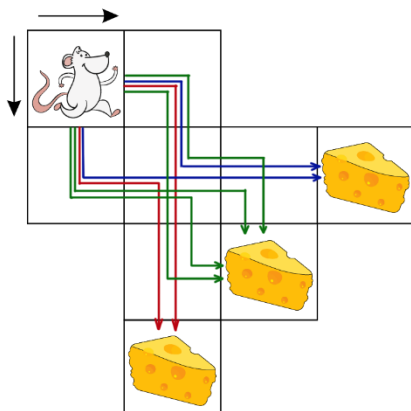
10. Ответ: А

Если, смотря сбоку, видим комбинацию 8888, в то время как настоящая комбинация — 0000, следовательно, чтобы получить настоящую комбинацию, нужно прибавить 2 к каждой цифре. Тогда для комбинации 2815, наблюдаемой сбоку, настоящая комбинация будет 4037.

4 балла:

11. Ответ: В

У мышонка есть 2 способа добраться до нижнего куска сыра, 2 способа добраться до правого и 4 способа добраться до центрального куска сыра. Всего $2+2+4=8$ разных маршрутов.

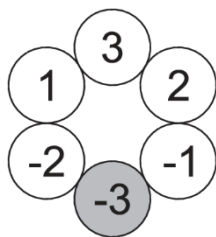


12. Ответ: А

Сначала посчитаем, на каком расстоянии от старта находится последний барьер: $12+4\cdot 8=44$ м. И тогда расстояние от последнего барьера до финиша $60-44=16$ м.

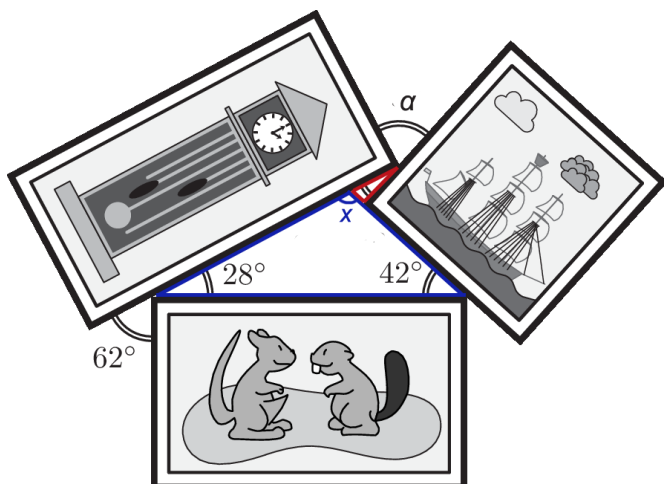
13. Ответ: Г

В круге, находящемся между 1 и 2 должно стоять $1+2=3$. Теперь можно заполнить оставшиеся круги и узнать число в сером круге:



14. Ответ: Б

Посчитаем угол между картиной с часами (сторона картины дает угол в 180°) и картиной с животными (угол картины дает угол в 90°): $90^\circ-62^\circ=28^\circ$. Три картины образуют треугольник, где угол $x=180^\circ-28^\circ-42^\circ=110^\circ$. Тогда смежный с ним угол $180^\circ-110^\circ=70^\circ$. Тогда угол, отмеченный в маленьком треугольнике, составляет $180^\circ-90^\circ-70^\circ=20^\circ$. И искомый угол α составляет $180^\circ-20^\circ-90^\circ=70^\circ$.



15. Ответ: Г

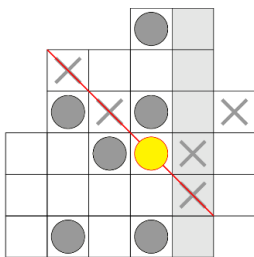
Разница между показаниями двух изображённых секундомеров составляет 6 минут и 34 секунды. Они совпадут, когда пройдет половина этого времени - 3 минуты и 17 секунд. Мы можем или добавить это время к первому секундомеру, или вычесть из второго. В любом из этих случаев мы получим время 18:15.

16. Ответ: В

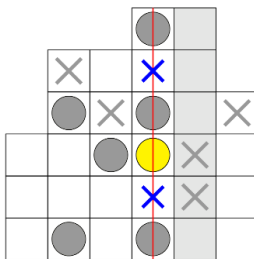
Существует всего восемь простых чисел, меньших 20, а именно 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 и 19. Из этого следует, что сумма числителя и знаменателя равна $2+3+5+7+11+13+17+19=77$. Поскольку А — целое число, это означает, что знаменатель равен 7 или 11. Когда знаменатель равен 7, значение А равно $(77-7):7=10$. Когда знаменатель равен 11, значение А равно $(77-11):11=6$. Таким образом, максимальное значение А равно 10.

17. Ответ: Б

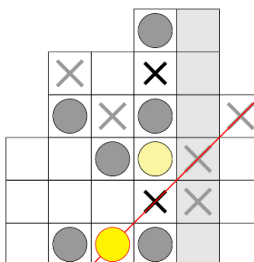
Т.к. не должно быть четырёх последовательно стоящих одинаковых символов, то в одной из диагоналей, где уже есть три крестика, точно нужно поставить кружок:



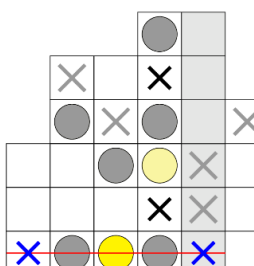
Далее видим, что вторая справа вертикаль должна быть дополнена только двумя крестиками:



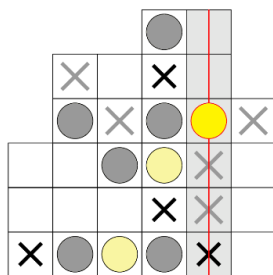
Теперь видим, что образовалась диагональ, в которой не может стоять крестик:



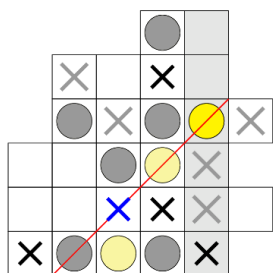
Теперь заполняем нижнюю строку:



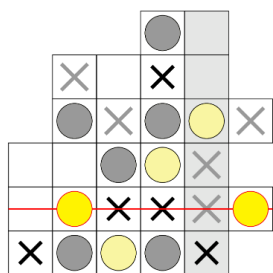
Обращаем внимание, что в выделенном столбце уже образовалось три крестика подряд, а значит выше них может быть только кружок:



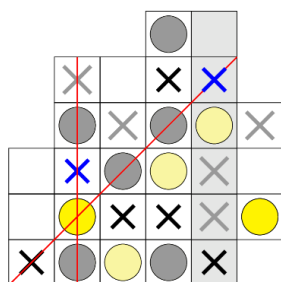
Теперь одна из диагоналей не может содержать ещё один кружок, ставим там крестик:



Дальше обращаем внимание на вторую снизу строку:



На следующем шаге мы можем заполнить и второй слева столбец, и одну из диагоналей:



Далее можем поставить кружки во второй строке сверху и ещё одной диагонали:

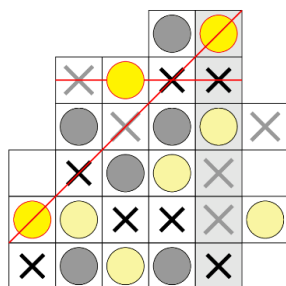


Diagram of a rectangle $ABCD$ with diagonals AC and BD intersecting at E . A line segment EF is drawn from E to side DC , perpendicular to it. The length of EF is labeled f . The length of the base AB is labeled a , and the height AD is labeled b . The angle EBF is labeled 45° .

Для выполнения условия нужно перенести шар с числом, большим, чем среднее арифметическое номеров в одной корзине, но меньшим, чем среднее арифметическое номеров в другой корзине. Среднее арифметическое для первой корзины равно $(1+2+6+7+10+11+12):7=7$, а для второй корзины оно составляет $(3+4+5+8+9):5=5,8$. Тогда нужно перенести шар с номером 6. Проверим. После переноса в первой корзине среднее арифметическое номеров станет (округлим значение до сотых для удобства): $(1+2+7+10+11+12):6=7,17$ – больше, чем было. А во второй корзине среднее арифметическое номеров станет (округлим значение до сотых для удобства): $(3+4+5+6+8+9):6=5,83$ – тоже больше, чем было.

20. Ответ: Б

У прямоугольника противоположные стороны равны. Видим, что как сумма радиусов двух правых, так и сумма радиусов двух левых окружностей составляет 9 см. Тогда сумма радиусов всех четырёх окружностей составляет $9+9=18$ см. Две другие стороны — это та же сумма четырёх радиусов и отрезка, обозначенного знаком вопроса. При этом она равна $12+12=24$ см. Значит длина искомого отрезка составляет $24-18=6$ см.

5 баллов:

21. Ответ: А

Поскольку $Y=P+P=A+A+A$, это значит, что Y одновременно кратно 2 и 3. Единственная цифра, которая подходит — это 6. Но если $Y=6$, значит, $P=6:2=3$, а $A=6:3=2$. Следовательно, $P \cdot A \cdot P \cdot A \cdot Y \cdot A = 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 2 = 432$.

22. Ответ: Г

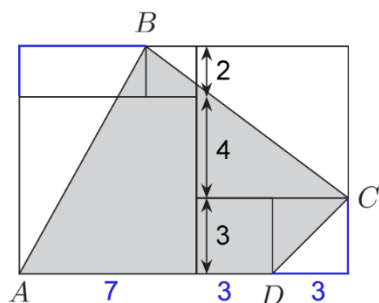
60% — это $\frac{60}{100} = \frac{3}{5}$. Количество ударов может быть только целым числом, и в первом тайме оно должно быть кратно 5. Т.е. в первом тайме он мог сделать 0, 5, 10 или 15 ударов. Тогда во втором тайме он мог сделать $17-0=17$, $17-5=12$, $17-10=7$ или $17-15=2$ удара. 75% — это $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$, значит во втором тайме оно должно быть кратно 4. Единственное подходящее число — 12. Значит, во втором тайме он сделал 12 ударов, из которых попал в ворота $12 \cdot \frac{3}{4} = 9$ раз.

23. Ответ: Д

Антону нужно $1:4 = \frac{1}{4}$ часа (т.е. $60:4=15$ минут), чтобы дойти до школы пешком, и $1:15 = \frac{1}{15}$ часа (т.е. $60:15=4$ минуты), чтобы доехать на велосипеде. Таким образом, он экономит $15-4=11$ минут. Т.к. он приходит на 5 минут раньше, когда идёт пешком, то на велосипеде он приедет на $5+11=16$ минут раньше.

24. Ответ: В

Продлив линии, получим прямоугольник. Его ширина $2+4+3=9$ см. Посчитаем длину. Она состоит из трёх частей. Первая — сторона квадрата длиной $4+3=7$ см. Вторая — сторона квадрата длиной 3 см. И третья — это разница длин сторон квадрата со стороной $2+4=6$ см и квадрата со стороной 3 см. Итого $6-3=3$ см. Т.е. длина прямоугольника будет $7+3+3=13$ см.



Если из площади прямоугольника вычесть площади трёх белых прямоугольных треугольников, получим искомую площадь серого четырёхугольника.

Площадь прямоугольника: $13 \cdot 9 = 117 \text{ см}^2$.

Рассмотрим треугольник слева. Его верхний катет $7-2=5$ см. Его второй катет совпадает с шириной прямоугольника. Тогда его площадь: $\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 9 = 22,5 \text{ см}^2$.

Рассмотрим правый верхний треугольник. Его верхний катет $4+2+2=8$ см. Его второй катет $2+4=6$ см. Тогда его площадь: $\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24 \text{ см}^2$.

Рассмотрим правый нижний треугольник. Оба его катета составляют 3 см. Тогда его площадь: $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 4,5 \text{ см}^2$.

И тогда площадь серого четырёхугольника $117-22,5-24-4,5=66 \text{ см}^2$.

25. Ответ: В

Поскольку пять целых чисел являются последовательными, наибольшая возможная разница между ними равна 4. Возможные пары целых чисел, отличающихся на 4 или менее, которые в сумме дают 69, — это 34 и 35 или 33 и 36. Аналогично возможные пары целых чисел, отличающихся на 4 или менее, которые в сумме дают 72, — это 35 и 37 или 34 и 38. Если бы пара p и q была 34 и 35, то нет такой пары s и t , которая даст в сумме 72 (учитывая, что p , q , s и t — это разные числа). Следовательно, пара p и q — это 33 и 36, а пара s и t — это 35 и 37. А т.к. все пять чисел последовательные, то число r равно 34.

26. Ответ: Г

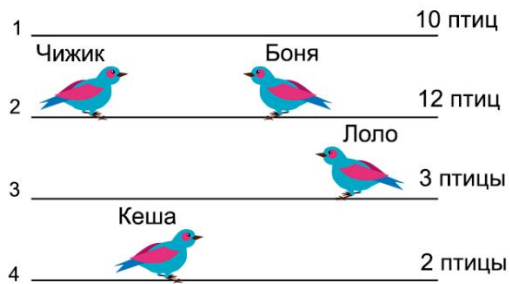
Так как при уменьшении высоты прямоугольного параллелепипеда на 3 см получается куб, это значит, что основание прямоугольного параллелепипеда — квадрат. Пусть длина стороны этого квадрата равна x см. Уменьшение площади поверхности от прямоугольного параллелепипеда до куба происходит за счёт четырёх равных прямоугольников, каждый высотой 3 см и длиной x см. Следовательно, мы имеем $4 \cdot (3 \cdot x) = 60$, откуда находим, что $x=5$. Следовательно, исходный объём прямоугольного параллелепипеда $5 \cdot 5 \cdot (5+3) = 200 \text{ см}^3$.

27. Ответ: А

Проведём AC , тогда т.к. $BN=2NC$, то $S_{ANC} = \frac{1}{2} S_{ABN} = 6:2=3$. Т.к. CK — медиана, то $S_{ACK} = S_{CKD} = 2$. Отсюда находим площадь искомого четырёхугольника: $S_{ABCD} = 6+3+2+2=13$.

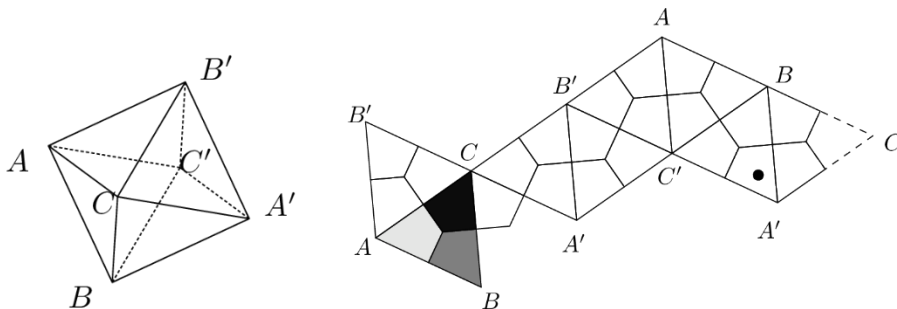
28. Ответ: А

Обозначим провода 1, 2, 3 и 4, начиная сверху. Выше Чирика сидит 10 птиц — т.е. Чирик не может сидеть на проводе 1, он сидит на проводе 2, 3 или 4. Выше Кеши сидит 25 птиц — больше, чем выше Чирика. Т.о. Кеша может сидеть только на проводе 3 или 4. При этом т.к. выше Кеши находится больше птиц, чем выше Чирика, то Чирик не может сидеть на самом нижнем проводе 4. Ниже Лоло сидит 2 птицы — т.е. Лоло не может сидеть на проводе 4, он сидит на проводе 1, 2 или 3. Ниже Бони сидит 5 птиц — больше, чем ниже Лоло. Т.о. Боня может сидеть только на проводе 1 или 2. При этом т.к. Боня сидит выше Лоло, то Лоло не может сидеть на самом верхнем проводе 1. Количество птиц выше Лоло кратно количеству птиц ниже его, т.е. должно быть чётным. Значит Лоло и Кеша не могут находиться на одном и том же проводе (т.е. на проводе 3). Если Чирик сидит на проводе, соседнем с Кешей, то на этом проводе сидит 15 птиц. Если же между Чириком и Кешей располагается ещё один провод, 15 птиц находится на нём и проводе Чирика суммарно. Если бы Чирик сидел на проводе 3, а Кеша на проводе 4, то на проводе 3 должно было бы находиться 15 птиц. Однако ниже Бони, которая сидит либо на проводе 1, либо на проводе 2, всего 5 птиц. Значит, Чирик не может находиться на проводе 3, и он сидит на проводе 2. И это значит, что на проводе 1 сидит 10 птиц. И тогда либо на проводе 2, либо на проводах 2 и 3 сидит 15 птиц. Это значит, что Боня не может сидеть выше этих проводов — т.е. на проводе 1, и остается только вариант, что Боня сидит на проводе 2. Тогда Лоло может сидеть только на проводе 3, и значит на проводе 4 сидит 2 птицы. Если на проводе 4 сидит 2 птицы, а ниже Бони их 5, то на проводе 3 сидит 3 птицы. Вспомним, что Кеша и Лоло не могут быть на одном проводе — это значит, что Кеша сидит на проводе 4. Между Кешей (на 4 проводе) и Чириком (на 2 проводе) 15 птиц, 3 из которых сидят на проводе 3. Значит на проводе 2 сидит 12 птиц. Всего получается $10+12+3+2=27$ птиц.

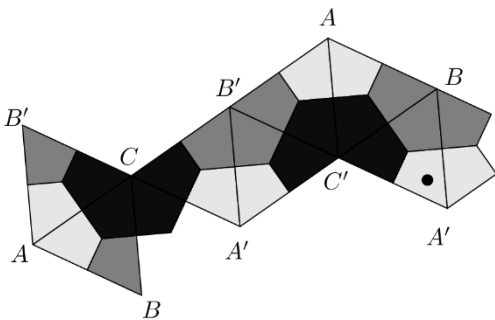


29. Ответ: В

Пусть A' — противоположная вершина вершины A , B' — противоположная вершина вершины B , а C' — противоположная вершина вершины C :



Раскрасив элементы согласно условию, получим следующее:



Видим, что раскрасить октаэдр можно только единственным способом, и что часть с точкой окажется покрашена в светло-серый цвет.

30. Ответ: Г

Если Люба откроет шкатулку A , и в ней окажутся красные жемчужины, это не поможет ей, т.к. тогда золотые жемчужины могут быть в шкатулке B или $Г$. Если она откроет шкатулку B , и там розовые жемчужины, она узнает только, что в шкатулке $Д$ они белые, но не определит, где золотые. Если она откроет шкатулку B , и там окажутся чёрные жемчужины, она узнает, что в шкатулке $Б$ розовые, а в шкатулке $Д$ белые жемчужины, но не сможет определить, где золотые. Аналогично, если Люба откроет шкатулку $Д$, там окажутся белые жемчужины, это не поможет ей определить даже положение розовых жемчужин, не говоря уже о золотых. Однако, если открыть шкатулку $Г$, она сможет однозначно сказать, где лежат золотые жемчужины. В шкатулке $Г$ могут быть: золотые жемчужины — и тогда она их уже нашла; красные жемчужины — и тогда золотые точно находятся в шкатулке A ; розовые жемчужины — тогда в шкатулке $Б$ точно чёрные, а в шкатулке $В$ золотые; белые жемчужины — тогда в шкатулке $Д$ розовые, в шкатулке $Б$ чёрные, а в шкатулке $В$ золотые жемчужины. Таким образом открыв только шкатулку $Г$, Люба точно узнает, где лежат золотые жемчужины.

КЕНГУРУ 2025

Решения 9-11 класс

3 балла:

1. Ответ: Г

Складываем правый закрылок, и видимыми остаются следующие числа:

			4	9	
			3	5	

Затем складываем левый закрылок, и после этого видимыми остаются числа 9 и 5:

	9	
	5	

Сумма чисел $9+5=14$.

2. Ответ: Б

Пусть b – основание треугольника, а h – его высота. Тогда его площадь $\frac{b \cdot h}{2}$. Новый треугольник будет иметь основание $\frac{3}{2}b$ и высоту $\frac{2}{3}h$. Площадь этого треугольника составит $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}b \cdot \frac{2}{3}h = \frac{b \cdot h}{2}$. Таким образом соотношение нового треугольника к площади исходного составляет 1:1.

3. Ответ: Д

В искомом шестиугольнике треть площади чёрная — это $6:3=2$ треугольника, и половина площади белая — это $6:2=3$ треугольника. Оставшийся 1 треугольник должен быть отличным от этих двух цветов, т.е. серого цвета. Найдём такой шестиугольник среди предложенных вариантов — это ответ Д.

4. Ответ: Б

Самая ранняя возможная дата для третьего четверга марта соответствует ситуации, в которой четверг приходится на 1 марта. И тогда третьим четвергом будет 15 марта.

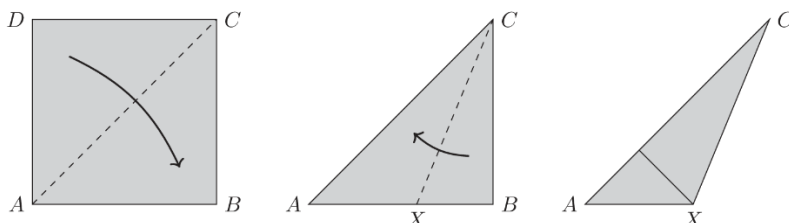
5. Ответ: Г

Роме потребуется $1\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$ стаканов воды

6. Ответ: В

Она может составить числа: 2052, 2205, 2250, 2502, 2520, 5022, 5202, 5220. Всего 8 чисел.

7. Ответ: Б



Т.к. мы имеем изначально квадрат, то $\angle CAB = \angle ACB = 45^\circ$. Тогда $\angle ACX = \frac{1}{2} \angle ACB = 22,5^\circ$. Теперь рассмотрим треугольник ACX. В нём $\angle AXC = 180^\circ - \angle CAX - \angle ACX = 180^\circ - 45^\circ - 22,5^\circ = 112,5^\circ$.

8. Ответ: Г

Чтобы число делилось на 8, нужно, чтобы три последние цифры (в данном случае две, т.к. третья – это 0) делились на 8 без остатка. А чтобы число делилось на 9, сумма цифр этого числа должна делиться на 9. Т.к. у нас уже есть 8 и 0, сумма скрытых цифр должна быть 1 или 10. Среди двузначных чисел, которые делятся на 8 без остатка, только у 64 сумма цифр дает 10. Поэтому искомое четырёхзначное число – 8064, а произведение двух его последних цифр равно $6 \cdot 4 = 24$.

9. Ответ: А

Обозначим собак буквой D, кроликов буквой R и кошек буквой C. Тогда, согласно условию: $R+C=8$, $D+C=5$, $D+R=7$. Сложим эти выражения и получим: $2(R+C+D)=20$. Отсюда $R+C+D=10$.

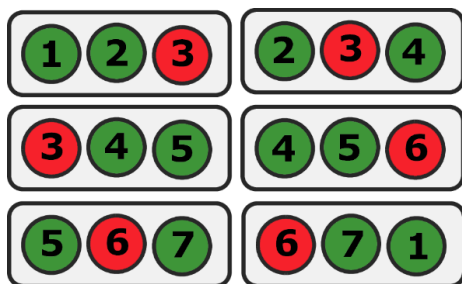
10. Ответ: Б

Т.к. OQ – радиус, то OQ=10 см. Теперь заметим, что площадь треугольника PQR – это половина площади квадрата OPQR. $S_{OPQR} = \frac{1}{2} \cdot 10^2 = 50 \text{ см}^2$. И тогда $S_{PQR} = 50 : 2 = 25 \text{ см}^2$.

4 балла:

11. Ответ: В

Если смотреть на наборы кругов, то видим, что среди кругов 1, 2 и 3 один точно должен быть красным, и среди кругов 4, 5 и 6 один тоже точно должен быть красным. Т.к. красных кругов всего два, то круг с номером 7 точно зелёный. Аналогично заметим, что среди кругов 2, 3 и 4 один точно должен быть красным, и среди кругов 5, 6 и 7 один тоже точно должен быть красным. Значит круг с номером 1 точно зелёный. Тогда из набора 6, 7, 1 делаем вывод, что красный круг – с номером 6. А значит круги с номерами 5 и 4 точно зелёные. Но если они зелёные, то красным должен быть круг с номером 3. Таким образом, на двух красных кругах написаны цифры 6 и 3, а их сумма составляет $6+3=9$.



12. Ответ: Д

Слева ширина фотографии равна длине длинной стороны экрана. А справа, после поворота, ширина фотографии равна длине короткой стороны экрана. Таким образом, справа ширина составляет $\frac{9}{16}$ исходной ширины фотографии. И тогда после поворота фото занимает $\left(\frac{9}{16}\right)^2 = \frac{81}{256}$ часть экрана.

13. Ответ: В

Обозначим возраст Кристины x , а возраст Толи y . Тогда $17x=19y$ и, следовательно, $x=19k$ и $y=17k$ для некоторого целого числа k . Сумма их возрастов $x+y=17k+19k=36k$. Используя условие задачи,

получаем $40 < 36k < 100$. Очевидно, что $k=2$ — единственное целое число, удовлетворяющее этим неравенствам. Получаем, что Кристине $19 \cdot 2 = 38$ лет.

14. Ответ: В

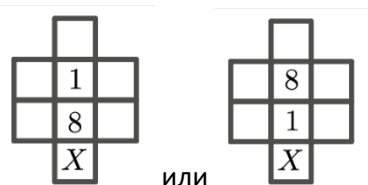
Пусть в первую мишень он сделал a выстрелов, а во вторую мишень b выстрелов. Тогда $a+b=27$, и $\frac{50}{100}a + \frac{80}{100}b = (27-9)$. Получим уравнение: $\frac{1}{2}a + \frac{4}{5}(27-a) = 18$. Отсюда находим, что $a=12$ — столько выстрелов в первую мишень сделал стрелок. А попал он в неё $12:2=6$ раз.

15. Ответ: Г

Есть 7 простых чисел, меньших 18: 2, 3, 5, 7, 11, 13 и 17. Таким образом, чтобы гарантированно достать хотя бы три шара с написанными на них простыми числами, нужно сначала достать все шары, помеченные не простыми числами. Таких шаров $18-7=11$, а затем взять три из оставшихся шаров с простыми числами. Т.е. необходимо достать $11+3=14$ шаров.

16. Ответ: Б

Для того, чтобы выполнялось условие, в центральные квадраты нужно поместить самые дальние друг от друга числа, т. е. 1 и 8:

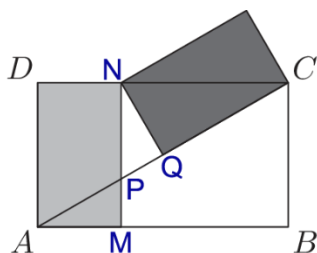


Это означает, что 2 может находиться только в том же столбце в квадрате рядом с 8, а 7 может находиться только в том же столбце в квадрате рядом с 1. В зависимости от положения 1 и 8, в клетке, обозначенной X, всегда будет находиться или 2, или 7.

17. Ответ: А

Представим 180 в виде произведения простых множителей: $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$. Поскольку N — наибольшее шестизначное число, а 9 является одним из множителей 180, то первая цифра N — это 9. Произведение последних пяти цифр N тогда будет $180:9=20=2^2 \cdot 5$. Наибольшим множителем для 20 является 5, поэтому вторая цифра N — 5. Произведение последних четырёх цифр N будет $20:5=4$. Наибольшим множителем для 4 является 4, поэтому последние четыре цифры N — это 4, 1, 1 и 1 соответственно. Т.е. число N — 954111. И сумма его цифр составит $9+5+4+1+1+1=21$.

18. Ответ: Г



Заметим, что серый треугольник AMP равен белому треугольнику NPQ, т.к. $AM=NQ$, $\angle AMP = \angle PNQ = 90^\circ$, $\angle PAM = \angle PNQ$ (т.к. $\angle APM = \angle NPQ$ как вертикальные углы). Тогда площадь треугольника ADC будет складываться из размера площади серого прямоугольника (ADNM) и половины чёрного прямоугольника (NCQ): $4+4:2=6$. Это значит, что искомая площадь прямоугольника ABCD равна $6 \cdot 2 = 12$.

19. Ответ: Д

Пусть p , q и r — простые числа, тогда мы имеем $pqr = 11(p+q+r)$. Следовательно, одно из простых чисел должно быть равно 11. Подставляя это значение в уравнение выше, мы получаем $pq = 11 + p + q$. Если p и q оба больше 5, то левая часть оказывается больше правой. Таким образом,

одно из чисел должно быть 2 или 3. Если оно равно 2, то оставшееся третье число получается 13. Если оно равно 3, то третье число равно 7. Таким образом, мы имеем два набора простых чисел, удовлетворяющие условию: (2, 11, 13) и (3, 7, 11). Посчитаем их суммы: $2+11+13=26$, $3+7+11=21$. Следовательно, максимальное значение суммы равно 26.

20. Ответ: Г

Чтобы убрать кирпич 4 третьим, сначала нужно убрать кирпичи 1 и 2, а сразу после них убрать кирпич 4. Посчитаем вероятность этого события:

Случай 1: сначала убираем кирпич 1. Вероятность убрать первым кирпич 1 - $\frac{1}{2}$. Затем нужно убрать кирпич 2 – вероятность тоже $\frac{1}{2}$ (т.к. можно убрать или его, или кирпич 3). Затем вероятность убрать кирпич 3 - $\frac{1}{3}$. Таким образом, вероятность этого случая $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$.

Случай 2: сначала убираем кирпич 2. В силу симметрии конструкции, в данном случае вероятность также будет $\frac{1}{12}$.

И тогда вероятность убрать кирпич 4 третьим будет равна $\frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$.

5 баллов:

21. Ответ: В

Если сторону квадрата ABCD принять за x см, то стороны прямоугольника, который получился в результате пересечения, равны $7+8-x=15-x$ см и $5+7-x=12-x$ см. Тогда $(15-x) \cdot (12-x)=18$, и имеем квадратное уравнение $x^2 - 27x + 162 = 0$. Оно имеет два корня: 9 и 18. Если бы сторона квадрата была 18, то указанные два прямоугольника не пересеклись бы. Значит единственное подходящее значение длины стороны квадрата – 9 см. И тогда его периметр равен $4 \cdot 9 = 36$ см.

22. Ответ: Д

Поскольку цифра А должна соответствовать разряду единиц в числе D^2 , это определяет несколько возможных пар (А, D). Но следует обратить внимание, что результатом умножения должно быть четырёхзначное число, а значит должно выполняться $D \geq A$ и $D \cdot A < 10$. И тогда единственной возможной парой (А, D) является пара (1, 9). Также должно выполняться $B \cdot D < 10$. Для $D=9$ единственно возможное такое значение $B=0$, при этом С может принимать любое значение от 0 до 9. Это 10 возможных чисел ABCD. Либо $B=1$, но при этом $C=0$. Это ещё одно число ABCD. Итого 11 возможных вариантов числа ABCD, удовлетворяющих условию.

23. Ответ: Г

Хотя фигура составляется по спирали, на определённом шаге получается квадрат, и поэтому для начала мы ищем число, квадрат которого меньше или равен 2025. Заметим, что $45^2=2025$. Т.е. Дима останавливается, когда его фигура представляет собой квадрат со сторонами длиной 45 клеточек. Тогда длина стороны этого квадрата $45 \cdot 0,5$ см, а его периметр равен $45 \cdot 0,5 \cdot 4 = 90$ см.

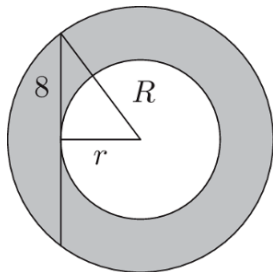
24. Ответ: Б

Вспомним признаки делимости. Число делится на 2, если его последняя цифра делится на 2. Т.о. В кратно 2 (т.е. В – это 2, 4 или 6). Число делится на 3, если сумма его цифр делится на 3. Т.о. $A+B+C$ кратно 3. Число делится на 4, если две последние цифры – нули или представляют число, которое делится на 4. Нули в состав шестизначного числа не входят, значит число CD кратно 4 (т.е. D – это 2, 4 или 6). Число делится на 5, когда оно заканчивается на 0 или 5. Значит E – это 5. И наконец, число делится на 6, если оно делится на 2 и на 3. Т.е. F кратно 2 (т.е. F – это 2, 4 или 6). Таким образом мы знаем, что 2, 4 и 6 – это какие-то из цифр В, D и F, а значит 1 и 3 – это какие-то из цифр А и С. Т.к. $A+B+C$ кратно 3, при этом в данной сумме присутствуют 1 и 3, то $B=2$. Число CD кратно 4,

при этом С – это 1 или 3, а D – это 4 или 6. Обратим внимание, что ни 14, ни 34 не кратно 4, а как 16, так и 36 кратно 4. Значит D – это 6, а F соответственно 4.

25. Ответ: В

Пусть радиус внешней окружности равен R , а радиус внутренней окружности равен r . Тогда закрашенная область имеет площадь $\pi(R^2 - r^2)$. Не меняя площадь, мы можем переместить внутреннюю окружность, совместив центры двух окружностей:



По теореме Пифагора, $R^2 - r^2 = 8^2$, так что, следовательно, закрашенная область имеет площадь 64π .

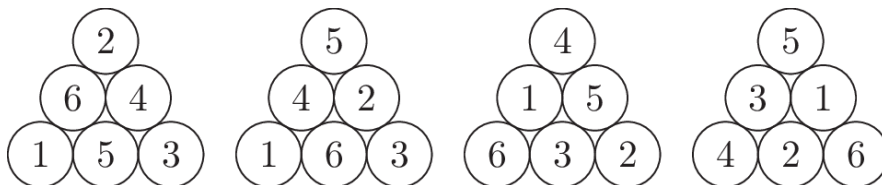
26. Ответ: Г

Мы имеем последовательность, в которой $a_3 = \frac{a_1 + a_2}{2}$, $a_4 = \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} = \frac{a_1 + a_2 + \frac{a_1 + a_2}{2}}{3} = \frac{a_1 + a_2}{2}$.

Последующие a_5, a_6, a_7 и т.д. будут такими же. Тогда $a_{10} = \frac{a_1 + a_2}{2}$, подставляя известные значения, получим $26 = \frac{8 + a_2}{2}$. Отсюда $a_2 = 44$.

27. Ответ: Г

Сумма шести вписанных чисел равна $1+2+3+4+5+6=21$. Сумма чисел в вершинах треугольника не может быть меньше $1+2+3=6$ и не может быть больше $4+5+6=15$. Числа в вершинах входят в суммы чисел на сторонах треугольника дважды. Следовательно, сумма этих трёх сумм не меньше $21+6=27$, но не больше $21+15=36$ и делится на 3, так как это сумма трёх одинаковых чисел. Тогда единственные значения, которые может принимать такая сумма, это 6, 9, 12 и 15. Следующие примеры показывают, что все эти четыре значения возможны:



28. Ответ: В

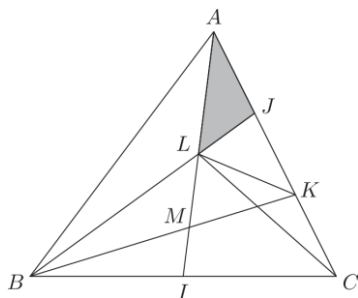
Случай 1: У всех близнецов шляпы одного цвета. Это приводит к 2 возможностям — все их шляпы красные или все синие.

Случай 2: Две пары близнецов имеют шляпы одинакового цвета. Тогда можно отдать две другие шляпы этого цвета двум из остальных 6 детей (не имеющим близнецов). Имеется 6 вариантов для первой шляпы и 5 вариантов для второй шляпы, и так как порядок не имеет значения, то ещё нужно поделить на 2. Итого $6 \cdot 5 : 2 = 15$ способов. И т.к. шляпы у двух пар близнецов могут быть как синие, так и красные, то это умножается на 2. При этом есть 3 варианта выбрать две пары близнецов из трёх.

И тогда общее количество способов равно $2 + 2 \cdot 3 \cdot 15 = 92$.

29. Ответ: Б

Соединим точку L с точками K и C:



Заметим, что площади треугольников AJL, JKL и LKC равны, т.к. равны их основания, а высота у них общая. Обозначим площадь каждого из них как x . По тем же причинам равны площади треугольников BLI и ILC. Обозначим площадь каждого из них как y .

Известно, что медиана треугольника делит его площадь пополам. Таким образом площади треугольников BAI и IAC равны и составляют $60:2=30 \text{ см}^2$. Тогда площадь треугольника IAC можно записать через составляющие его части: $3x+y=30$.

Площади треугольников BAJ, BJK и BKC также равны по упомянутому ранее признаку. И их площади равны $60:3=20 \text{ см}^2$. Тогда площадь треугольника BJC можно записать через составляющие его части: $2x+2y=40$.

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x + y = 30 \\ 2x + 2y = 40 \end{cases}$$

Находим, что $x=5$, $y=15$. И т.к. площадь треугольника AJL была обозначена как x , то его площадь равна 5 см^2 .

30. Ответ: Д

Поскольку ни одно число не больше 1, тогда 1 нужно записать в верхнюю левую ячейку.

Аналогично ни одно число не меньше 8, значит 8 нужно записать в нижнюю правую ячейку. Тогда для 2 и 7 есть по два варианта размещения (см. рис.):

1	2		
		7	8

1	2		7
		6	8

1	3		
2		7	8

1	3		7
2		6	8

В первом случае в обеих строках два оставшихся числа могут быть любыми двумя из четырёх оставшихся чисел, записанными слева направо в порядке возрастания. Есть 6 вариантов выбрать два числа из четырёх, поэтому у нас есть 6 возможных вариантов заполнения таблицы.

Во втором случае число 6 должно находиться в нижнем ряду во второй ячейке справа. Любое из трёх оставшихся чисел помещается в ячейку над 6, а два других помещаются в нижний ряд слева направо в порядке возрастания. Т.е. мы имеем 3 возможных варианта заполнения таблицы.

Третий случай аналогичен второму. Число 3 должно стоять в ячейке рядом с 1, а остальные три числа также дают 3 возможных варианта заполнения таблицы.

В четвертом случае 3 и 6 должны быть записаны в определённых ячейках. Тогда есть 2 возможных варианта заполнения таблицы.

Таким образом всего существует $6+3+3+2=14$ способов заполнить таблицу.